

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Abril 2005

Problema 1 (1 puntos) Calcular el vector $\vec{z} = 3\vec{u} - \vec{v} + 2\vec{w}$ donde $\vec{u} = (-1, 3)$, $\vec{v} = (1, 1)$ y $\vec{w} = (3, 0)$

Solución:

$$\vec{z} = 3(-1, 3) - (1, 1) + 2(3, 0) = (2, 8)$$

Problema 2 (1 puntos) Dividir el segmento que une los puntos $A(2, -3)$ y $B(14, 6)$ en tres partes iguales.

Solución:

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}[(14, 6) - (2, -3)] = (4, 3)$$

$$A_1 = A + (4, 3) = (2, -3) + (4, 3) = (6, 0)$$

$$A_2 = A_1 + (4, 3) = (6, 0) + (4, 3) = (10, 3)$$

$$B = A_3 = A_2 + (4, 3) = (10, 3) + (4, 3) = (14, 6)$$

Problema 3 (1 punto) Encontrar el punto A' simétrico de $A(1, -2)$ respecto de $B(3, 2)$

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x+1}{2} = 3 \implies x = 5 \\ \frac{y-2}{2} = 2 \implies y = 6 \end{array} \right\} \implies A'(5, 6)$$

Problema 4 (2 puntos) Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(1, 1)$ y $B(-2, 3)$ y el ángulo que forma con el eje de abscisas.

Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (-2, 3) - (1, 1) = (-3, 2)$$

Ecuación Vectorial: $(x, y) = (1, 1) + \lambda(-3, 2)$

Ecuación Paramétrica: $\begin{cases} x = 1 - 3\lambda \\ y = 1 + 2\lambda \end{cases}$

Ecuación Continua: $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-1}{2}$

Ecuación General: $2x + 3y - 5 = 0$

Ecuación Explícita: $y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$, luego $m = -\frac{2}{3}$

Ecuación punto pendiente: $y - 1 = -\frac{2}{3}(x - 1)$ Ángulo: $m = \tan \alpha = -\frac{2}{3} \implies \alpha = 146^\circ 18' 36''$

Problema 5 Sean $A(-2, 0)$, $B(4, 1)$ y $C(5, 5)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

Solución:

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (-2, 0) + [(5, 5) - (4, 1)] = (-1, 4)$$

$$M\left(\frac{-2+5}{2}, \frac{0+5}{2}\right) = M\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

Problema 6 (1 punto) Dadas las rectas $r : \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 1 - 3\lambda \end{cases}$ y $s : x + y + 1 = 0$, estudiar la posición que ocupan, su punto de intersección, si lo hay, y el ángulo que forman.

Solución:

$$r : 3x + y - 7 = 0, \quad s : x + y + 1 = 0 \implies \frac{3}{1} \neq \frac{1}{1} \implies \text{se cortan}$$

$$\begin{cases} 3x + y - 7 = 0 \\ x + y + 1 = 0 \end{cases} \implies (4, -5)$$

$$\cos \alpha = \frac{3+1}{\sqrt{10}\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{20}} \implies \alpha = 26^\circ 33' 54''$$

Problema 7 (1 punto) Dado el vector $\vec{u} = (2, -5)$ encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 3.

Solución:

$$|\vec{u}| = \sqrt{29} \implies \vec{v} = \left(\frac{6}{\sqrt{29}}, \frac{-15}{\sqrt{29}}\right)$$

Problema 8 (1 punto) Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(-1, 0)$ y radio $r = \sqrt{5}$

Solución:

$$(x+1)^2 + y^2 = 2 \implies x^2 + y^2 - 6x - 4 = 0$$

Problema 9 (1 punto) Dada la circunferencia $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 1 = 0$, calcular su centro y su radio.

Solución:

$$\left. \begin{aligned} m = -2a = -8 &\implies a = 4 \\ n = -2b = 6 &\implies b = -3 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = 1 &\implies r = \sqrt{24} \end{aligned} \right\} \implies C(4, -3) \quad r = \sqrt{24}$$