

Examen de Matemáticas 4º de ESO
Abril 2005

Problema 1 (1 puntos) Calcular el vector $\vec{z} = 3\vec{u} - \vec{v} + 2\vec{w}$ donde $\vec{u} = (2, 1)$, $\vec{v} = (-1, 3)$ y $\vec{w} = (0, 5)$

Solución:

$$\vec{z} = 3(2, 1) - (-1, 3) + 2(0, 5) = (7, 10)$$

Problema 2 (1 puntos) Dividir el segmento que une los puntos $A(-3, 1)$ y $B(15, 7)$ en tres partes iguales.

Solución:

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}[(15, 7) - (-3, 1)] = (6, 2)$$

$$A_1 = A + (6, 2) = (-3, 1) + (6, 2) = (3, 3)$$

$$A_2 = A_1 + (6, 2) = (3, 3) + (6, 2) = (9, 5)$$

$$B = A_3 = A_2 + (6, 2) = (9, 5) + (6, 2) = (15, 7)$$

Problema 3 (1 punto) Encontrar el punto A' simétrico de $A(2, 2)$ respecto de $B(-1, 3)$

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x+2}{2} = -1 \implies x = 0 \\ \frac{y+2}{2} = 3 \implies y = 4 \end{array} \right\} \implies A'(-4, 4)$$

Problema 4 (2 puntos) Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(-1, 2)$ y $B(3, -1)$ y el ángulo que forma con el eje de abscisas.

Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (3, -1) - (-1, 2) = (4, -3)$$

Ecuación Vectorial: $(x, y) = (-1, 2) + \lambda(4, -3)$

Ecuación Paramétrica: $\begin{cases} x = -1 + 4\lambda \\ y = 2 - 3\lambda \end{cases}$

Ecuación Continua: $\frac{x+1}{4} = \frac{y-2}{-3}$

Ecuación General: $3x + 4y - 5 = 0$

Ecuación Explícita: $y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$, luego $m = -\frac{3}{4}$

Ecuación punto pendiente: $y - 2 = -\frac{3}{4}(x + 1)$ Ángulo: $m = \tan \alpha = -\frac{3}{4} \implies \alpha = 143^\circ 7' 48''$

Problema 5 Sean $A(-1, 1)$, $B(2, 3)$ y $C(4, 6)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

Solución:

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (-1, 1) + [(4, 6) - (1, 3)] = (1, 4)$$

$$M\left(\frac{-1+4}{2}, \frac{1+6}{2}\right) = M\left(\frac{3}{2}, \frac{7}{2}\right)$$

Problema 6 (1 punto) Dadas las rectas $r : x + y - 1 = 0$ y $s : \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2}$, estudiar la posición que ocupan, su punto de intersección, si lo hay, y el ángulo que forman.

Solución:

$$r : x + y - 1 = 0, \quad s : 2x + y - 3 = 0 \implies \frac{1}{2} \neq \frac{1}{1} \implies \text{se cortan}$$

$$\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ 2x + y - 3 = 0 \end{cases} \implies (2, -1)$$

$$\cos \alpha = \frac{2+1}{\sqrt{2}\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \implies \alpha = 18^\circ 26' 6''$$

Problema 7 (1 punto) Dado el vector $\vec{u} = (4, -1)$ encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 3.

Solución:

$$|\vec{u}| = \sqrt{17} \implies \vec{v} = \left(\frac{12}{\sqrt{17}}, \frac{-3}{\sqrt{17}}\right)$$

Problema 8 (1 punto) Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(2, 2)$ y radio $r = \sqrt{3}$

Solución:

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 3 \implies x^2 + y^2 - 4x - 4y + 5 = 0$$

Problema 9 (1 punto) Dada la circunferencia $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 3 = 0$, calcular su centro y su radio.

Solución:

$$\left. \begin{aligned} m = -2a = 6 &\implies a = -3 \\ n = -2b = -4 &\implies b = 2 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = 3 &\implies r = \sqrt{10} \end{aligned} \right\} \implies C(-3, 2) \quad r = \sqrt{10}$$