

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Abril 2005

Problema 1 (1 puntos) Calcular el vector $\vec{z} = 3\vec{u} - \vec{v} + 2\vec{w}$ donde $\vec{u} = (-1, 2)$, $\vec{v} = (3, 2)$ y $\vec{w} = (0, 3)$

Solución:

$$\vec{z} = 3(-1, 2) - (3, 2) + 2(0, 3) = (-6, 10)$$

Problema 2 (1 puntos) Dividir el segmento que une los puntos $A(-1, 2)$ y $B(5, 11)$ en tres partes iguales.

Solución:

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}[(5, 11) - (-1, 2)] = (2, 3)$$

$$A_1 = A + (2, 3) = (-1, 2) + (2, 3) = (1, 5)$$

$$A_2 = A_1 + (2, 3) = (1, 5) + (2, 3) = (3, 8)$$

$$B = A_3 = A_2 + (2, 3) = (3, 8) + (2, 3) = (5, 11)$$

Problema 3 (1 punto) Encontrar el punto A' simétrico de $A(-1, 3)$ respecto de $B(2, 2)$

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x-1}{2} = 2 \Rightarrow x = 5 \\ \frac{y+3}{2} = 2 \Rightarrow y = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow A'(5, 1)$$

Problema 4 (2 puntos) Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(-1, -1)$ y $B(3, 2)$ y el ángulo que forma con el eje de abscisas.

Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (3, 2) - (-1, -1) = (4, 3)$$

Ecuación Vectorial: $(x, y) = (-1, -1) + \lambda(4, 3)$

Ecuación Paramétrica: $\begin{cases} x = -1 + 4\lambda \\ y = -1 + 3\lambda \end{cases}$

Ecuación Continua: $\frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{3}$

Ecuación General: $3x - 4y - 1 = 0$

Ecuación Explícita: $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$, luego $m = \frac{3}{4}$

Ecuación punto pendiente: $y + 1 = \frac{3}{4}(x + 1)$ Ángulo: $m = \tan \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha = 36^\circ 52' 12''$

Problema 5 Sean $A(-1, -2)$, $B(1, 3)$ y $C(4, 2)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

Solución:

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (-1, -2) + [(4, 2) - (1, 3)] = (2, -3)$$

$$M\left(\frac{-1+4}{2}, \frac{2+2}{2}\right) = M\left(\frac{3}{2}, 0\right)$$

Problema 6 (1 punto) Dadas las rectas $r : 2x - y + 3 = 0$ y $s : \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 2 + 3\lambda \end{cases}$, estudiar la posición que ocupan, su punto de intersección, si lo hay, y el ángulo que forman.

Solución:

$$r : 2x - y + 3 = 0, \quad s : 3x + y - 5 = 0 \implies \frac{2}{3} \neq \frac{-1}{1} \implies \text{se cortan}$$

$$2(1 - \lambda) - (2 + 3\lambda) + 3 = 0 \implies \lambda = \frac{3}{5} \implies \left(\frac{2}{5}, \frac{19}{5}\right)$$

$$\cos \alpha = \frac{6 - 1}{\sqrt{5}\sqrt{10}} = \frac{5}{\sqrt{50}} \implies \alpha = 45^\circ$$

Problema 7 (1 punto) Dado el vector $\vec{u} = (3, -1)$ encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 3.

Solución:

$$|\vec{u}| = \sqrt{10} \implies \vec{v} = \left(\frac{9}{\sqrt{10}}, \frac{-3}{\sqrt{10}}\right)$$

Problema 8 (1 punto) Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(3, -1)$ y radio $r = \sqrt{2}$

Solución:

$$(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 2 \implies x^2 + y^2 - 6x + 2y + 8 = 0$$

Problema 9 (1 punto) Dada la circunferencia $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$, calcular su centro y su radio.

Solución:

$$\left. \begin{aligned} m = -2a = -4 &\implies a = 2 \\ n = -2b = 2 &\implies b = -1 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = -4 &\implies r = 3 \end{aligned} \right\} \implies C(2, -1) \quad r = 3$$