

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Mayo 2006

Problema 1 Calcular el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 3x + 2}}$$

Solución:

$$(-\infty, -5] \cup (1, 2) \cup [3, \infty)$$

Problema 2 Encontrar los puntos de corte de la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 6x + 5}{x + 5}$$

Solución:

Corte con el eje OY : Hacemos $x = 0 \Rightarrow f(0) = -1 \Rightarrow (0, 1)$

Corte con el eje OX : Hacemos $f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow (1, 0)$ y $(5, 0)$

Problema 3 Dadas las funciones f y g calcular $g \circ f$, $f \circ g$, $f \circ f$ y $g \circ g$.

$$f(x) = \frac{1}{2x-1}, \quad g(x) = x+1$$

Solución:

$$1. \quad f \circ f(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{1}{2x-1}\right) = \frac{1}{2\left(\frac{1}{2x-1}\right) - 1} = \frac{2x-1}{3-2x}$$

$$2. \quad g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{1}{2x-1}\right) = \frac{1}{2x-1} + 1 = \frac{2x}{2x-1}$$

$$3. \quad f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x+1) = \frac{1}{2(x+1)-1} = \frac{1}{2x+1}$$

$$4. \quad g \circ g(x) = g(g(x)) = g(x+1) = (x+1)+1 = x+2$$

Problema 4 Calcular la función inversa de $f(x) = \frac{2x+1}{3x}$

Solución:

$$y = \frac{2x+1}{3x} \Rightarrow 3yx = 2x+1 \Rightarrow 3yx-2x = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{3y-2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{3x-2}$$

Problema 5 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + x + 1}{-x^3 + 2}$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x^5 + x - 6}$

Solución:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + x + 1}{-x^3 + 2} = -3$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x^5 + x - 6} = 0$

Problema 6 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 3}{x^2} \right)^{2x^2}$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^3 - 3x + 1}{5x^3 + 2} \right)^{\frac{x^2 + x}{5}}$

Solución:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 3}{x^2} \right)^{2x^2} = e^{-6}$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^3 - 3x + 1}{5x^3 + 2} \right)^{\frac{x^2 + x}{5}} = 0$

Problema 7 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^4 - 2x - 3}{x^3 - 2x + 1}$

2. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5}$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + x - 5}}{5x - 1}$

Solución:

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^4 - 2x - 3}{x^3 - 2x + 1} = 18$

2. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5} = \frac{1}{4}$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + x - 5}}{5x - 1} = \frac{1}{5}$