

**Examen de Matemáticas 4º de ESO**  
**Mayo 2006**

---

---

**Problema 1** Calcular el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 6x + 5}}$$

**Solución:**

$$(-\infty, -3] \cup (1, 2] \cup (5, \infty)$$

**Problema 2** Encontrar los puntos de corte de la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x - 5}{x + 5}$$

**Solución:**

Corte con el eje  $OY$ : Hacemos  $x = 0 \implies f(0) = -1 \implies (0, -1)$

Corte con el eje  $OX$ : Hacemos  $f(x) = 0 \implies x^2 - 4x - 5 = 0 \implies (-1, 0)$  y  $(5, 0)$

**Problema 3** Dadas las funciones  $f$  y  $g$  calcular  $g \circ f$ ,  $f \circ g$ ,  $f \circ f$  y  $g \circ g$ .

$$f(x) = \frac{1}{x+1}, \quad g(x) = x+2$$

**Solución:**

1.  $f \circ f(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{1}{x+1}\right) = \frac{1}{\frac{1}{x+1} + 1} = \frac{x+1}{x+2}$
2.  $g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{1}{x+1}\right) = \frac{1}{x+1} + 2 = \frac{2x+3}{x+1}$
3.  $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x+2) = \frac{1}{(x+2)+1} = \frac{1}{x+3}$
4.  $g \circ g(x) = g(g(x)) = g(x+2) = (x+2)+2 = x+4$

**Problema 4** Calcular la función inversa de  $f(x) = \frac{2x}{x+3}$

**Solución:**

$$y = \frac{2x}{x+3} \implies yx + 3y = 2x \implies yx - 2x = -3y \implies \\ \implies x = -\frac{3y}{y-2} \implies f^{-1}(x) = -\frac{3x}{x-2}$$

**Problema 5** Calcular los siguientes límites

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x - 1}{-x^2 + 2}$

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 1}{3x^2 + 2}$

**Solución:**

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x - 1}{-x^2 + 2} = -\infty$

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 1}{3x^2 + 2} = \frac{1}{3}$

**Problema 6** Calcular los siguientes límites

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 2x - 1}{2x^2 + 3} \right)^{x^2}$

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 2}{x^2 + 1} \right)^{x^2/2}$

**Solución:**

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 2x - 1}{2x^2 + 3} \right)^{x^2} = 0$

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 2}{x^2 + 1} \right)^{x^2/2} = e^{-3/2}$

**Problema 7** Calcular los siguientes límites

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x + 1}{x^4 + x^2 - x - 1}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1} - 1}{x-2}$

3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + x - 1}}{2x + 2}$

**Solución:**

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x + 1}{x^4 + x^2 - x - 1} = \frac{1}{5}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1} - 1}{x-2} = \frac{1}{2}$

3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + x - 1}}{2x + 2} = \frac{1}{2}$