

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2005

Problema 1 (1 punto) Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:

$$1; \quad -\frac{1}{2}; \quad -5; \quad 0,171172173\dots; \quad 0,575757\dots; \quad -1; \quad -\pi; \quad \frac{3}{5}; \quad \sqrt{4}; \quad \frac{1+\sqrt{7}}{2}$$

Solución:

$$1 \in \mathbb{N}; \quad -\frac{1}{2} \in \mathbb{Q}; \quad -5 \in \mathbb{Z}; \quad 0,171172173\dots \in \text{irracional}; \quad 0,575757\dots \in \mathbb{Q}$$

$$-1 \in \mathbb{Z}; \quad -\pi \in \text{irracional}; \quad \frac{3}{5} \in \mathbb{Q}; \quad \sqrt{4} \in \mathbb{N}; \quad \frac{1+\sqrt{7}}{2} \in \text{irracional}$$

Problema 2 (1 punto) Dados los intervalos $A = (-\infty, 5]$ $B = (1, 7]$, calcular $A \cap B$ y $A \cup B$.

Solución:

$$A \cap B = (1, 5], \quad A \cup B = (-\infty, 7]$$

Problema 3 (1 punto) Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

1. $A = (1, 7)$

2. $B = [-2, 6]$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a, r) = \{x \in \mathbb{R} : |x - a| < r\}$).

Solución:

1. $(1, 7) = \{x \in \mathbb{R} : 1 < x < 7\} = E(4, 3) = \{x \in \mathbb{R} : |x - 4| < 3\}$

2. $[-2, 6] = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x \leq 6\} = \overline{E}(2, 4) = \{x \in \mathbb{R} : |x - 2| \leq 4\}$

Problema 4 (1 punto) Simplifica todo lo que puedas

$$\sqrt{686} + \frac{1}{2}\sqrt{224} - \frac{1}{3}\sqrt{3150}, \quad \frac{\sqrt{5\sqrt{2}}}{\sqrt[3]{4}}$$

Solución:

$$\sqrt{686} + \frac{1}{2}\sqrt{224} - \frac{1}{3}\sqrt{3150} = 4\sqrt{14}, \quad \frac{\sqrt{5\sqrt{2}}}{\sqrt[3]{4}} = \sqrt[12]{\frac{5^6}{2^5}} = \sqrt[12]{\frac{15625}{32}}$$

Problema 5 (1 punto) Sacar de la raíz

$$\sqrt[5]{\frac{729x^7y^5z^{11}}{15625t^7}}$$

Meter en la raíz

$$\frac{t}{2xy} \sqrt[3]{\frac{x^2y}{3t}}$$

Solución:

$$\sqrt[5]{\frac{729x^7y^5z^{11}}{15625t^7}} = \frac{3xyz^2}{5t} \sqrt[5]{\frac{3x^2z}{5t^2}}; \quad \frac{t}{2xy} \sqrt[3]{\frac{x^2y}{3t}} = \sqrt[3]{\frac{t^2}{24xy^2}}$$

Problema 6 (1 punto) Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{3}{\sqrt[8]{3^5}}, \quad \frac{5}{1+\sqrt{5}}; \quad \frac{-2}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}$$

Solución:

$$\frac{3}{\sqrt[8]{3^5}} = \sqrt[8]{27}; \quad \frac{5}{1+\sqrt{5}} = -\frac{5-5\sqrt{5}}{4}; \quad \frac{-2}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} = -\frac{2(\sqrt{7}-\sqrt{2})}{5}$$

Problema 7 (2 puntos) Resolver las ecuaciones:

1. $\log x + \log(x+3) = 1$
2. $\log(1-x) - 2 = \log(x-1)$

Solución:

$$1. \log x + \log(x+3) = 1 \implies \log x(x+3) = \log 10 \implies$$

$$x^2 + 3x = 10 \implies x = 2 \text{ y } x = -5 (\text{no vale}).$$

$$2. \log(1-x) - 2 = \log(x-1) \implies \log \frac{1-x}{100} = \log(x-1) \implies x = 1$$

Problema 8 (2 puntos) Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} \log(x^3y) &= 2 \\ \log\left(\frac{x^2}{y}\right) &= 3 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{aligned} \begin{cases} \log(x^3 y) &= 2 \\ \log\left(\frac{x^2}{y}\right) &= 3 \end{cases} \implies \begin{cases} 3 \log x + \log y &= 2 \\ 2 \log x - \log y &= 3 \end{cases} \implies \begin{cases} 3u + v &= 2 \\ 2u - v &= 3 \end{cases} \\ \implies \begin{cases} u = \log x = 1 \\ v = \log y = -1 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 10 \\ y = 10^{-1} \end{cases} \end{aligned}$$