

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2005

Problema 1 (1 punto) Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:

$$2; \frac{3}{5}; \sqrt{7}; -4; 0,333111133333\dots; 0,571571\dots; -\frac{2+\sqrt{5}}{2}; -\frac{2}{5}; 0; \sqrt{16}$$

Solución:

$$2 \in \mathbb{N}; \frac{3}{5} \in \mathbb{Q}; \sqrt{7} \in \text{irracional}; -4 \in \mathbb{Z}; 0,333111133333\dots \in \text{irracional}$$

$$0,571571\dots \in \mathbb{Q}; -\frac{2+\sqrt{5}}{2} \in \text{irracional}; -\frac{2}{5} \in \mathbb{Q}; 0 \in \mathbb{N}; \sqrt{16} \in \mathbb{N}$$

Problema 2 (1 punto) Dados los intervalos $A = (-1, 2]$ $B = (-\infty, 1)$, calcular $A \cap B$ y $A \cup B$.

Solución:

$$A \cap B = (-1, 1), \quad A \cup B = (-\infty, 2]$$

Problema 3 (1 punto) Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

1. $A = (-1, 9)$

2. $B = [3, 7]$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a, r) = \{x \in \mathbb{R} : |x - a| < r\}$).

Solución:

1. $(-1, 9) = \{x \in \mathbb{R} : -1 < x < 9\} = E(4, 5) = \{x \in \mathbb{R} : |x - 4| < 5\}$

2. $[3, 7] = \{x \in \mathbb{R} : 3 \leq x \leq 7\} = \overline{E}(5, 2) = \{x \in \mathbb{R} : |x - 5| \leq 2\}$

Problema 4 (1 punto) Simplifica todo lo que puedas

$$\sqrt{490} + \frac{1}{2}\sqrt{2560} - \frac{1}{3}\sqrt{2250}, \quad \frac{\sqrt[3]{3\sqrt{2}}}{\sqrt{6}}$$

Solución:

$$\sqrt{490} + \frac{1}{2}\sqrt{2560} - \frac{1}{3}\sqrt{2250} = 10\sqrt{10}, \quad \frac{\sqrt[3]{3\sqrt{2}}}{\sqrt{6}} = \sqrt[6]{\frac{1}{12}}$$

Problema 5 (1 punto) Sacar de la raíz

$$\sqrt[4]{\frac{512x^3y^9z^{11}}{243t^6}}$$

Meter en la raíz

$$\frac{x}{2ty} \sqrt[3]{\frac{xyt^2}{3}}$$

Solución:

$$\sqrt[4]{\frac{512x^3y^9z^{11}}{243t^6}} = \frac{4y^2z^2}{3t} \sqrt[4]{\frac{2x^3yz^3}{3t^2}} \quad \frac{x}{2ty} \sqrt[3]{\frac{xyt^2}{3}} = \sqrt[3]{\frac{x^4}{24ty^2}}$$

Problema 6 (1 punto) Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{1}{\sqrt[7]{3^2}}, \quad \frac{3}{\sqrt{7}+2}; \quad \frac{-1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$$

Solución:

$$\frac{1}{\sqrt[7]{3^2}} = \frac{\sqrt[7]{243}}{3}; \quad \frac{3}{\sqrt{7}+2} = \sqrt{7}-2, \quad \frac{-1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{2}$$

Problema 7 (2 puntos) Resolver las ecuaciones:

1. $\log(x^2+1) - \log(x-2) = 1$
2. $\log x - \log(1-x) = 2$

Solución:

$$1. \log(x^2+1) - \log(x-2) = 1 \implies \log \frac{x^2+1}{x-2} = \log 10 \implies$$

$$x^2+1 = 10x-20 \implies x = 7 \text{ y } x = 3.$$

$$2. \log x - \log(1-x) = 2 \implies \log \frac{x}{1-x} = \log 100 \implies x = \frac{100}{101}$$

Problema 8 (2 puntos) Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} \log(xy^2) &= 2 \\ \log\left(\frac{x}{y^2}\right) &= 0 \end{cases}$$

Solución:

$$\left\{ \begin{array}{l} \log(xy^2) = 2 \\ \log\left(\frac{x}{y^2}\right) = 0 \end{array} \right. \implies \left\{ \begin{array}{l} \log x + 2\log y = 2 \\ \log x - 2\log y = 0 \end{array} \right. \implies \left\{ \begin{array}{l} u + 2v = 2 \\ u - 2v = 0 \end{array} \right.$$

$$\implies \left\{ \begin{array}{l} u = \log x = 1 \\ v = \log y = 1/2 \end{array} \right. \implies \left\{ \begin{array}{l} x = 10 \\ y = 10^{1/2} \end{array} \right.$$