Examen de Matemáticas 4º de ESO
Octubre 2005

Problema 1 *(1 punto)* Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:
1 ; $\frac{1}{2}$; -3 ; $\sqrt{2}$; 0,151515. . . ; $0,550005550000\ldots$; $-\frac{3}{2}$; π; $\sqrt{9}$; $1+\sqrt{3}$
Solución:

$$1 \in N;\ \ \frac{1}{2} \in Q;\ \ -3 \in Z;\ \ \sqrt{2} \in \text{irracional};\ \ 0,151515\ldots \in Q$$
$$0,550005550000\ldots \in \text{irracional};\ \ -\frac{3}{2} \in Q;\ \ \pi \in \text{irracional}$$
$$\sqrt{9} \in N;\ \ 1+\sqrt{3} \in \text{irracional}$$

Problema 2 *(1 punto)* Dados los intevalos $A = (-1, 3]$ $B = (2, +\infty]$, calcular $A \cap B$ y $A \cup B$.

Solución:
$$A \cap B = (2, 3],\ \ A \cup B = (-1, +\infty]$$

Problema 3 *(1 punto)*Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

1. $A = (-2, 4)$
2. $B = [2, 6]$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a, r) = \{x \in R : |x - a| < r\}$.
Solución:

1. $(-2, 4) = \{x \in R : -2 < x < 4\} = E(1, 3) = \{x \in R : |x - 1| < 3\}$
2. $[2, 6] = \{x \in R : 2 \le x \le 6\} = \overline{E}(4, 2) = \{x \in R : |x - 4| \le 2\}]$

Problema 4 *(1 punto)*Simplifica todo lo que puedas

$$\sqrt{4374} + \frac{1}{2}\sqrt{96} - \frac{1}{3}\sqrt{216},\quad \frac{\sqrt{3\sqrt[3]{2}}}{\sqrt[3]{4\sqrt{3}}}$$

Solución:

$$\sqrt{4374} + \frac{1}{2}\sqrt{96} - \frac{1}{3}\sqrt{216} = 27\sqrt{6},\quad \frac{\sqrt{3\sqrt[3]{2}}}{\sqrt[3]{4\sqrt{3}}} = \sqrt[6]{\frac{9}{8}}$$

Problema 5 *(1 punto)*Sacar de la raiz

$$\sqrt[3]{\frac{81x^3y^7z^5}{16t^6}}$$

Meter en la raiz

$$\frac{2xy}{t}\sqrt[3]{\frac{3x^2y}{t^2}}$$

Solución:

$$\sqrt[3]{\frac{81x^3y^7z^5}{16t^6}} = \frac{3xy^2z}{2t^2}\sqrt[3]{\frac{3yz^2}{2}} \qquad \frac{2xy}{t}\sqrt[3]{\frac{3x^2y}{t^2}} = \sqrt[3]{\frac{24x^5y^4}{t^5}}$$

Problema 6 *(1 punto)*Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{2}{\sqrt[4]{2^3}}, \quad \frac{2}{\sqrt{5}-1}; \quad \frac{-3}{\sqrt{2}+\sqrt{6}}$$

Solución:

$$\frac{2}{\sqrt[4]{2^3}} = \sqrt[4]{2}; \quad \frac{2}{\sqrt{5}-1} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}, \quad \frac{-3}{\sqrt{2}+\sqrt{6}} = \frac{3(\sqrt{2}-\sqrt{6})}{4}$$

Problema 7 *(2 puntos)* Resolver las ecuaciones:

1. $\log(7-x) + \log x = 1$
2. $\log(1-x) + 1 = \log x$

Solución:

1. $\log(7-x) + \log x = 1 \Longrightarrow \log x(7-x) = \log 10 \Longrightarrow$

   $x(7-x) = 10 \Longrightarrow x = 5$ y $x = 2$.

2. $\log(1-x) + 1 = \log x \Longrightarrow \log 10(1-x) = \log x \Longrightarrow x = \dfrac{10}{11}$

Problema 8 *(2 puntos)* Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} \log(x^2y) & = 1 \\ \log\left(\dfrac{x}{y}\right) & = 2 \end{cases}$$

Solución:

$$\left\{\begin{array}{ll}\log(x^2y) & = 1\\ \\ \log\left(\dfrac{x}{y}\right) & = 2\end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{rl}2\log x + \log y & = 1\\ \log x - \log y & = 2\end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{rl}2u + v & = 1\\ u - v & = 2\end{array}\right.$$

$$\Longrightarrow \left\{\begin{array}{l}u = \log x = 1\\ v = \log y = -1\end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l}x = 10\\ y = 10^{-1}\end{array}\right.$$