

**Examen de Matemáticas 4º de ESO**  
**Mayo 2005**

---

---

**Problema 1** Calcular el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 2x - 3}{x + 1}}$$

**Solución:**

$$[-3, -1) \cup [1, \infty)$$

**Problema 2** Calcular la simetría de las siguientes funciones

1.  $f(x) = \frac{x^6 - x^2 - 1}{x^4 + 2}$

2.  $g(x) = \frac{2x^2 - 1}{3x^3}$

3.  $h(x) = \frac{3x + 2}{x + 1}$

**Solución:**

1.  $f(-x) = \frac{(-x)^6 - (-x)^2 - 1}{(-x)^4 + 2} = f(x) \implies \text{PAR}$

2.  $g(-x) = \frac{2(-x)^2 - 1}{3(-x)^3} = -g(x) \implies \text{IMPAR}$

3.  $h(-x) = \frac{3(-x) + 2}{(-x) + 1} \implies \text{ni PAR ni IMPAR}$

**Problema 3** Dadas las funciones  $f$  y  $g$  calcular  $g \circ f$ ,  $f \circ g$ ,  $f \circ f$  y  $g \circ g$ .

$$f(x) = \frac{x-1}{2x}, \quad g(x) = x+2$$

**Solución:**

1.  $g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{x-1}{2x}\right) = \frac{x-1}{2x} + 2 = \frac{5x-1}{2x}$

2.  $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x+2) = \frac{(x+2)-1}{2(x+2)} = \frac{x+1}{2(x+2)}$

3.  $f \circ f(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{x-1}{2x}\right) = \frac{\frac{x-1}{2x}-1}{2\frac{x-1}{2x}} = \frac{x+1}{2(1-x)}$

4.  $g \circ g(x) = g(g(x)) = g(x+2) = (x+2)+2 = x+4$

**Problema 4** Calcular la función inversa de  $f(x) = \frac{x+3}{3x-1}$

**Solución:**

$$\begin{aligned}y = \frac{x+3}{3x-1} &\implies 3yx - y = x + 3 \implies 3yx - x = 3 + y \implies \\ &\implies x = \frac{3+y}{3y-1} \implies f^{-1}(x) = \frac{x+3}{3x-1}\end{aligned}$$

**Problema 5** Calcular los siguientes límites

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (6x^5 - 3x^2 - 1)$

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (-3x^3 + 2x + 1)$

3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2}{x^3 + 3}$

4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + 3x^2 - 2}{x^4 + 2x - 1}$

5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^5 - 2x^3 + 3}{5x^5 + 3}$

**Solución:**

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (6x^5 - 3x^2 - 1) = \infty$

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (-3x^3 + 2x + 1) = -\infty$

3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2}{x^3 + 3} = 0$

4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + 3x^2 - 2}{x^4 + 2x - 1} = \infty$

5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^5 - 2x^3 + 3}{5x^5 + 3} = \frac{6}{5}$

**Problema 6** Calcular los siguientes límites

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^3 - x - 1}{2x^2 + 1} \right)^{x+1}$

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2 + 1}{3x^2 - x - 1} \right)^{2x^2}$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{x^2/2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x + 3}{3x - 1} \right)^{x/2}$$

**Solución:**

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^3 - x - 1}{2x^2 + 1} \right)^{x+1} = \infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2 + 1}{3x^2 - x - 1} \right)^{2x^2} = 0$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{x^2/2} = [1^\infty] = e^\lambda = e$$

$$\lambda = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{2} \left( \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} - 1 \right) = 1$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x + 3}{3x - 1} \right)^{x/2} = [1^\infty] = e^\lambda = e^{2/3}$$

$$\lambda = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{2} \left( \frac{3x + 3}{3x - 1} - 1 \right) = \frac{2}{3}$$

**Problema 7** Encontrar los puntos de corte de la función

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 30}{x^3 - 2}$$

**Solución:**

Corte con el eje  $OY$ : Hacemos  $x = 0 \implies f(0) = 15 \implies (0, 15)$

Corte con el eje  $OX$ : Hacemos  $f(x) = 0 \implies x^2 + x - 30 = 0 \implies (-6, 0)$  y  $(5, 0)$