

## Examen de Matemáticas 4º de ESO.

Enero 2005

---

---

**Problema 1** (2 puntos) Sea  $P(x) = 3x^3 - ax^2 - bx + 1$  un polinomio que cuando lo dividimos por  $x + 2$  obtenemos de resto 3, y es divisible por  $x - 1$ . Calcular  $a$  y  $b$ , completando con estos resultados el polinomio.

**Solución:**

Por el teorema del resto tenemos:

$$\begin{cases} P(1) = 0 \implies -a - b = -4 \\ P(-2) = 3 \implies -4a + 2b = 26 \end{cases} \implies \begin{cases} a = -3 \\ b = 7 \end{cases}$$

El polinomio buscado será:  $P(x) = 3x^3 + 3x^2 - 7x + 1$

**Problema 2** (2 puntos) Factoriza los siguientes polinomios:

1.  $P(x) = x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 2x + 3$
2.  $Q(x) = x^3 - 11x^2 + 35x - 25$
3.  $R(x) = 2x^4 + x^3 - 11x^2 + 11x - 3$

**Solución:**

1.  $P(x) = x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2(x + 1)(x + 3)$
2.  $Q(x) = x^3 - 11x^2 + 35x - 25 = (x - 5)^2(x - 1)$
3.  $R(x) = 2x^4 + x^3 - 11x^2 + 11x - 3 = (x - 1)^2(x + 3)(2x - 1)$

**Problema 3** (2 puntos) Calcular el MCD y el mcm de:

1.  $P(x) = x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 2x$ ,  $Q(x) = x^5 - x^4 - x^3 + x^2$
2.  $P(x) = 2x^5 + 5x^4 + 3x^3 - x^2 - x$ ,  $Q(x) = 2x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 1$

**Solución:**

1.  $P(x) = x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 2x$ ,  $Q(x) = x^5 - x^4 - x^3 + x^2$

$$\begin{aligned} P(x) &= x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 2x = x(x - 1)^2(x - 2) \\ Q(x) &= x^5 - x^4 - x^3 + x^2 = x^2(x - 1)^2(x + 1) \end{aligned}$$

$$\text{MCD}(P(x), Q(x)) = x(x - 1)^2$$

$$\text{mcm}(P(x), Q(x)) = x^2(x - 1)^2(x + 1)(x - 2)$$

$$2. P(x) = 2x^5 + 5x^4 + 3x^3 - x^2 - x, Q(x) = 2x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 1$$

$$P(x) = 2x^5 + 5x^4 + 3x^3 - x^2 - x = x(x+1)^3(2x-1)$$

$$Q(x) = 2x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 1 = (x+1)^2(x-1)(2x-1)$$

$$\text{MCD}(P(x), Q(x)) = (x+1)^2(2x-1)$$

$$\text{mcm}(P(x), Q(x)) = x(x+1)^3(x-1)(2x-1)$$

**Problema 4** (2 puntos) Calcular:

$$1. \frac{x}{x-1} + \frac{2x}{x^2-1} = \frac{1}{x+1}$$

$$2. \left( \frac{3x}{x+1} - \frac{x}{x-1} \right) : \left( \frac{x}{x-1} + \frac{2x}{x+1} \right)$$

$$3. \frac{3x}{x-2} \cdot \frac{1}{x}$$

**Solución:**

$$1. \frac{x}{x-1} + \frac{2x}{x^2-1} = \frac{1}{x+1} \implies x = -1$$

$$2. \left( \frac{3x}{x+1} - \frac{x}{x-1} \right) : \left( \frac{x}{x-1} + \frac{2x}{x+1} \right) = \frac{2(x-2)}{3x-1}$$

$$3. \frac{3x}{x-2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{3}{x-2}$$

**Problema 5** (2 puntos) Si  $P(x) = (x-5)^2x^2$ , busca un polinomio de tercer grado,  $Q(x)$ , que cumpla las dos condiciones siguientes:

$$1. \text{MCD}(P(x), Q(x)) = x^2 - 5x = x(x-5)$$

$$2. \text{mcm}(P(x); Q(x)) = (x-5)^2x^2(x+6)$$

**Solución:**

$$P(x) = x(x-5)(x+6) = x^3 + x^2 - 30x$$