Examen de Matemáticas Aplicadas a las CC. Sociales II (Ordinaria-Coincidente 2026)

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN
El examen consta de 4 ejercicios: el primero sin apartados optativos y los tres siguientes con posibilidad de elección. Todas las respuestas deben ser razonadamente justificadas
CALIFICACIÓN: cada ejercicio se valorará sobre 2,5 puntos.
DURACIÓN: 90 minutos.

EJERCICIO 1 Responda los dos apartados, este ejercicio no tiene opcionalidad.

Problema 1 (2,5 puntos) Una empresa textil fabrica dos tipos de pantalones: premium y básicos. La dirección necesita optimizar la producción para maximizar los beneficios del próximo mes. Cada pantalón premium requiere 1,5 kg de algodón y 40 minutos de mano de obra, generando un beneficio de 25 euros. Cada pantalón básico requiere 1 kg de algodón y 10 minutos de mano de obra para generar un beneficio de 10 euros. La producción debe someterse a las siguientes restricciones:

- Disponibilidad de algodón: 600 kg.
- Tiempo de trabajo disponible: 12000 minutos.
- Por contrato con un cliente mayorista, deben producir al menos 100 pantalones premium.
- La demanda de pantalones básicos es limitada: no más de 360 unidades.

a) (1,2 puntos) Defina las variables de decisión y plantee la función objetivo que representa el beneficio total. Plantee también todas las restricciones del problema. Represente gráficamente la región factible.

b) (1,3 puntos) Determine cuántos pantalones de cada tipo debe producir la empresa para maximizar el beneficio. ¿Cuál es el beneficio máximo?

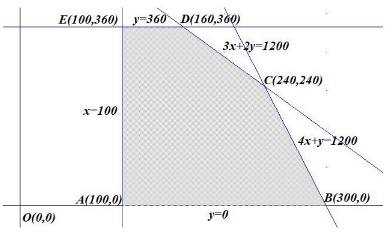
Solución:

a) Sea x el número de pantalones premium e y el número de pantalones básicos.

	algodón	tiempo	beneficio
premium	$1,5$	40	25
básico	1	10	10
	≤ 600	≤ 12000	

Además $x \geq 100$ e $y \leq 360$.
La región factible S es:

$$\left\{\begin{array}{l} 1,5x + y \leq 600 \\ 40x + 10y \leq 12000 \\ y \leq 360 \\ x \geq 100 \\ y \geq 0 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} 3x + 2y \leq 1200 \\ 4x + y \leq 1200 \\ y \leq 360 \\ x \geq 100 \\ y \geq 0 \end{array}\right.$$



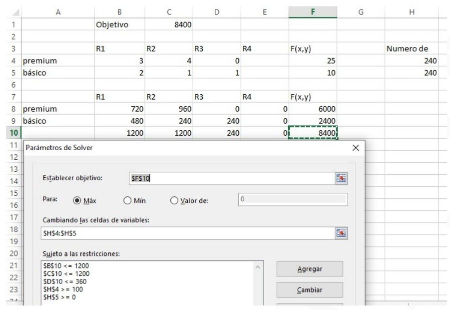
Los vértices son: $A(100,0)$, $B(300,0)$, $C(240,240)$, $D(160,360)$ y $E(100,360)$

b) La función objetivo es $f(x, y) = 25x + 10y$

Solución por solver

$$\begin{cases} f(100,0) = 2500 \\ f(300,0) = 7500 \\ f(240,240) = 8400 \Longleftarrow \text{Máximo} \\ f(160,360) = 7600 \\ f(100,360) = 6100 \end{cases}$$

Deberá producir 240 pantalones premium y 240 pantalones básicos con un beneficio máximo de 8400€



EJERCICIO 2 (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos preguntas siguientes: **a) o b)**.

Problema 2 (2,5 puntos)

a) Tenemos una baraja de dorso azul que contiene 60 cartas de diamantes y 40 cartas de tréboles y otra baraja de dorso verde que contiene 30 cartas de diamantes y 70 cartas de tréboles. Además, tenemos una bolsa con 2 bolas azules y 4 bolas verdes.
Se saca una bola de la bolsa. Si la bola es azul, se saca una carta al azar de la baraja azul. Si la bola es verde, se saca una carta al azar de la baraja de dorso verde.

a.1. (1,5 puntos) Calcule la probabilidad de que se saque una carta de diamantes.

a.2. (1 punto) Si la carta extraída es de tréboles, ¿cuál es la probabilidad de que su dorso sea verde?

b) Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio, siendo $P(A) = \dfrac{2}{3}$, $P(B) = \dfrac{1}{3}$ y $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \dfrac{1}{6}$.
Calcule, razonadamente e indicando qué resultados matemáticos se usan, las probabilidades pedidas a continuación:

b.1. (0,5 puntos) $P(A \cup B)$

b.2. (0,5 puntos) $P(A \cap B)$

b.3. (0,5 puntos) $P(\overline{B}|A)$

b.4. (0,5 puntos) $P(\overline{A}|A \cap B)$

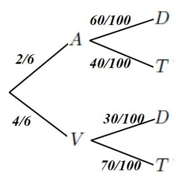
b.5. (0,5 puntos) $P(\overline{A}|\overline{B})$

Nota: $\overline{A}$ denota al suceso contrario (o complementario) del suceso A.

Solución:

a) Sean A dorso azul, V dorso verde, D diamante y T trebol.

a.1. $P(D) = P(D|A)P(A) + P(D|V)P(V) =$
$$\frac{60}{100} \cdot \frac{2}{6} + \frac{30}{100} \cdot \frac{4}{6} = \frac{2}{5} = 0,4$$



a.2. $P(V|T) = \dfrac{P(T|V)P(V)}{P(T)} = \dfrac{\frac{70}{100} \cdot \frac{4}{6}}{1 - \frac{2}{5}} = \dfrac{7}{9} \simeq 0,7778$

b) $P(A) = \dfrac{2}{3}$, $P(B) = \dfrac{1}{3}$ y $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \dfrac{1}{6}$.

b.1. $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = \dfrac{1}{6} \Longrightarrow P(A \cup B) = \dfrac{5}{6}$

b.2. $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \dfrac{2}{3} + \dfrac{1}{3} - \dfrac{5}{6} = \dfrac{1}{6}$

b.3. $P(\overline{B}|A) = \dfrac{P(\overline{B} \cap A)}{P(A)} = \dfrac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{\frac{2}{3} - \frac{1}{6}}{\frac{2}{3}} = \dfrac{3}{4}$

b.4. $P(\overline{A}|A \cap B) = \dfrac{P(\overline{A} \cap (A \cap B))}{P(A \cap B)} = \dfrac{P(\emptyset)}{P(A \cap B)} = 0$

b.5. $P(\overline{A}|\overline{B}) = \dfrac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{\frac{1}{6}}{1 - \frac{1}{3}} = \dfrac{1}{4}$

EJERCICIO 3 (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos preguntas siguientes: **a) o b)**

Problema 3 (2,5 puntos)

a) Consideremos la función

$$f(x) = \begin{cases} e^{2x+3} & \text{si} \quad x \le 1 \\ \dfrac{x^2 + 5x + 2}{2x + 3} & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

a.1. (1 punto) Calcule el área limitada por la función dada y el eje de abscisas en el intervalo $[-1, 1]$.

a.2. (0,5 puntos) Estudie la continuidad de la función.

a.3. (1 punto) Estudie el crecimiento y decrecimiento de la función en el intervalo $(1, \infty)$.

b) Dada la función $g(x) = x^3 + bx^2 - 9x + d$ (b y d son números reales).

b.1. (1 punto) Calcule qué valores deben tomar b y d para que $g(x)$ tenga un extremo relativo en $x = 3$ y la gráfica de $g(x)$ pase por el punto $(2, 10)$.

b.2. (1,5 puntos) Para $b = 3$ y $d = 0$, calcule los máximos y mínimos, relativos y absolutos, de la función en el intervalo cerrado $[-4, 2]$.

Solución:

a) a.1. El intervalo $[-1, 1]$ está contenido en la rama $x \le 1$ y la función $f(x) = e^{2x+3}$ es positiva para cualquier $x \in [-1, 1]$ y no corta el eje de abscisas. Luego solo hay un recinto de integración $S : [-1, 1]$:

$$S = \int_{-1}^{1} e^{2x+3}\, dx = \left.\frac{e^{2x+3}}{2}\right]_{-1}^{1} = \frac{e^5 - e}{2} \simeq 72,8474\ u^2$$

a.2. La función es continua en la rama $x < 1$ por ser una exponencial, y también lo es en la rama $x > 1$ por ser un cociente de polinomios y el denominador no se anula en la rama. Hay que estudiar la continuidad en $x = 1$:

$$\left\{\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1} e^{2x+3} = e^5 \\ \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2+5x+2}{2x+3} = \dfrac{8}{5} \\ f(1) = e^5 \end{array}\right. \xrightarrow{\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to 1^+} f(x)}$$

f es discontinua no evitable en $x = 1$ donde hay un salto.
Luego la función f es continua en $\mathbb{R} - \{1\}$.

a.3. Como $x > 1 \Longrightarrow f(x) = \dfrac{x^2+5x+2}{2x+3} \Longrightarrow f'(x) = \dfrac{2x^2+6x+11}{(2x+3)^2} > 0 \Longrightarrow f$ es creciente en $(1, \infty)$

b) $g(x) = x^3 + bx^2 - 9x + d \Longrightarrow g'(x) = 3x^2 + 2bx - 9 \Longrightarrow g''(x) = 6x + 2b$

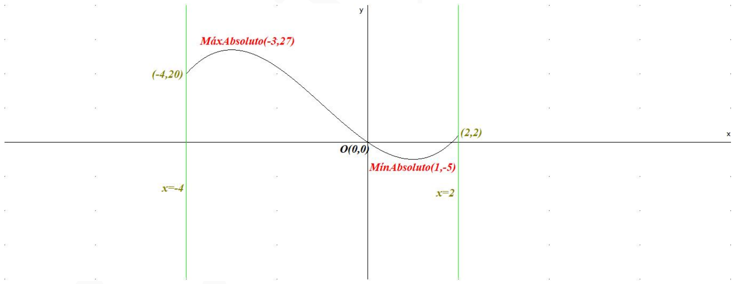
b.1. $\left\{\begin{array}{l} g'(3) = 0 \Longrightarrow 6b + 18 = 0 \\ g(2) = 10 \Longrightarrow 4b + d - 10 = 10 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} b = -3 \\ d = 32 \end{array}\right. \Longrightarrow g(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 32$

Nos quedaría por comprobar si en $x = 3$ hay un extremo:
$g''(x) = 6x - 6 \Longrightarrow g''(3) = 12 > 0 \Longrightarrow x = 3$ es un mínimo relativo.

b.2. Si $b = 3$ y $d = 0 \Longrightarrow g(x) = x^3 + 3x^2 - 9x \Longrightarrow g'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Longrightarrow x = -3$ y $x = 1$.

	$(-4, -3)$	$(-3, 1)$	$(1, 2)$
$g'(x)$	$+$	$-$	$+$
$g(x)$	creciente $\nearrow$	decreciente $\searrow$	creciente $\nearrow$

La función es creciente en el intervalo $(-4, -3) \cup (1, 2)$ y decreciente en el $(-3, 1)$, Tiene un máximo relativo en el punto $(-3, 27)$ y un mínimo relativo en el $(1, -5)$. Por otra parte tenemos $f(-4) = 20$ y $f(2) = 2$, luego el máximo y el mínimo calculados anteriormente también son absolutos.



EJERCICIO 4 (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos preguntas siguientes: **a) o b)**.

Problema 4 (2,5 puntos)

a) Una cadena de gimnasios quiere estudiar el perfil de sus clientes. Se asume que la edad de sus clientes sigue una distribución normal con media $\mu = 35$ años y desviación típica $\sigma = 12$ años.

a.1. (1 punto) Calcule la probabilidad de que un cliente elegido al azar tenga entre 30 y 45 años, ambos inclusive.

a.2. (1,5 puntos) Se ha tomado una muestra aleatoria de 150 clientes y se ha observado que, para dicha muestra, la edad media es de 36,5 años. Calcule el intervalo de confianza al 92 % para la edad media de los clientes del gimnasio. Si el nivel de confianza para la edad media de los clientes del gimnasio fuera del 98 % justifique si la amplitud del intervalo sería mayor o menor.

b) El peso de los paquetes de pipas de girasol que produce una determinada empresa sigue una distribución normal con media $\mu = 250$ gramos y desviación típica $\sigma = 8$ gramos.

b.1. (1 punto) ¿Qué porcentaje de paquetes tienen un peso comprendido entre 240 y 255 gramos?

b.2. (1,5 puntos) La empresa quiere establecer un control de calidad rechazando aquellos paquetes cuyo peso se desvíe excesivamente del peso medio. Si decide rechazar el 5 % de los paquetes (el 2,5 % de los más ligeros y el 2,5 % de los más pesados), ¿entre qué valores debe estar el peso de un paquete para ser aceptado?

Solución:

a) $N(35, 12)$

a.1. $P(30 \le X \le 45) = P\left(\dfrac{30-35}{12} \le Z \le \dfrac{45-35}{12}\right) = P(-0,42 \le Z \le 0,83) =$
$P(Z \le 0,83) - P(Z \le -0,42) = P(Z \le 0,83) - (1 - P(Z \le 0,42)) =$
$0,7967 - (1 - 0,6628) = 0,4595$

a.2. $n = 150$, $\overline{X} = 36,5$ y $NC = 92\,\%$:
$0,92 = 1 - \alpha \Longrightarrow \alpha = 0,08 \Longrightarrow \dfrac{\alpha}{2} = 0,04$
$P(Z \le Z_{\alpha/2}) = 1 - \dfrac{\alpha}{2} = 1 - 0,04 = 0,96 \Longrightarrow Z_{\alpha/2} = 1,755$
$E = Z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,755\dfrac{12}{\sqrt{150}} = 1,7195$
$IC = (\overline{X} - E, \overline{X} + E) = (36,5 - 1,7195; 36,5 + 1,7195) = (34,7805; 38,2195)$ Si se aumenta el nivel de confianza se aumenta el error y, por tanto, la amplitud también aumenta.

b) $N(250, 8)$

b.1. $P(240 \le X \le 255) = P\left(\dfrac{240-250}{8} \le Z \le \dfrac{255-250}{8}\right) = P(-1,25 \le Z \le 0,63) =$
$P(Z \le 0,63) - P(Z \le -1,25) = P(Z \le 0,63) - (1 - P(Z \le 1,25)) =$
$0,7357 - (1 - 0,8944) = 0,6301 \Longrightarrow 63,01\,\%$

b.2. $P(X \le a) = P\left(Z \le \dfrac{a-250}{8}\right) = 0,025 \Longrightarrow P\left(Z \le -\dfrac{a-250}{8}\right) = 1 - 0,025 =$
$0,975 \Longrightarrow -\dfrac{a-250}{8} = 1,96 \Longrightarrow a = 234,32$
$P(X \ge b) = P\left(Z \le \dfrac{b-250}{8}\right) = 0,025 \Longrightarrow P\left(Z \le \dfrac{b-250}{8}\right) = 1 - 0,025 =$
$0,975 \Longrightarrow \dfrac{b-250}{8} = 1,96 \Longrightarrow a = 265,68$
Entre 234,32 gramos y 265,68 gramos.
De otra forma:
$\alpha = 0,05 \Longrightarrow \dfrac{\alpha}{2} = 0,025$

$P(Z \leq Z_{\alpha/2}) = 1 - \dfrac{\alpha}{2} = 1 - 0,025 = 0,975 \Longrightarrow Z_{\alpha/2} = 1,96$
$E = Z_{\alpha/2} \cdot \sigma = 1,96 \cdot 8 = 15,68$
$IC = (\mu - E, \mu + E) = (250 - 15,68; 250 + 15,68) = (234,32; 265,68)$