

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

Abril 2026

Si en el primer problema se ha elegido la opción a) en el tercero se tiene que hacer el b) y si se ha elegido b) en el primero se contestará el a) en el tercero.
Si en el segundo problema se ha elegido la opción a) en el cuarto se tiene que hacer el b) y si se ha elegido b) en el segundo se contestará el a) en el cuarto.

Problema 1 (2,5 puntos) Elija sólo uno de los apartados a) o b):

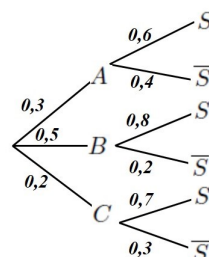
- a) Para tratar cierta enfermedad, en un hospital se utilizan tres fármacos distintos, A , B y C , administrándose a cada enfermo un solo fármaco. El 30 % de los pacientes es tratado con el fármaco A , el 50 % es tratado con el B y el resto con el fármaco C . La probabilidad de que la enfermedad se cure con el fármaco A es de 0,6, de que se cure con el fármaco B es de 0,8 y de que se cure con el fármaco C es de 0,7. Se elige al azar un paciente de ese hospital con esa enfermedad.
- (1,5 puntos) Calcule la probabilidad de que el paciente se cure.
 - (1 punto) Sabiendo que el paciente se ha curado, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido tratado con el fármaco A ?
- b) Un jugador de baloncesto tiene una probabilidad de 0.8 de encestar un tiro libre. Si en un partido lanza 6 tiros libres, halle la probabilidad de que enceste:
- (0,75 puntos) Exactamente cuatro tiros libres.
 - (0,75 puntos) Al menos cuatro tiros.
 - (0,5 puntos) Ninguno de ellos.
 - (0,5 puntos) Alguno de ellos.

Solución:

- a) Sean A el fármaco A , B el fármaco B , C el fármaco C , S se cura y $\bar{S}$ no se cura.

$$\begin{aligned} \text{I. } P(S) &= P(S|A)P(A) + P(S|B)P(B) + P(S|C)P(C) = \\ &= 0,6 \cdot 0,3 + 0,8 \cdot 0,5 + 0,7 \cdot 0,2 = 0,72 \end{aligned}$$

$$\text{II. } P(A|S) = \frac{P(S|A)P(A)}{P(S)} = \frac{0,6 \cdot 0,3}{0,72} = 0,25$$



- b) $B(6; 0,8)$

- I. $P(X = 4) = \binom{6}{4} 0,8^4 \cdot 0,2^2 = 0,24576$
- II. $P(X \geq 4) = P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) =$
 $\binom{6}{4} 0,8^4 \cdot 0,2^2 + \binom{6}{5} 0,8^5 \cdot 0,2^1 + \binom{6}{6} 0,8^6 \cdot 0,2^0 = 0,90112$
- III. $P(X = 0) = \binom{6}{0} 0,8^0 \cdot 0,2^6 = 0,000064$
- IV. $P(X > 0) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0,000064 = 0,999936$

Problema 2 (2,5 puntos) Elija sólo uno de los apartados a) o b):

- a) El número de días de permanencia de los enfermos en un hospital sigue una ley Normal de media desconocida y desviación típica 3 días.
 - I. (1,25 puntos) Determine un intervalo de confianza para estimar la media poblacional, a un nivel de confianza del 97 %, con una muestra aleatoria de 100 enfermos cuya media es 8,1 días.
 - II. (1,25 puntos) ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria para poder estimar la media poblacional con un error inferior a 1 día y un nivel de confianza del 92 %.
- b) Una tienda de ropa quiere estudiar la aceptación de un nuevo sistema de pago a través del teléfono móvil. Para ello realiza una encuesta entre 200 de sus clientes elegidos al azar, resultando que 150 de ellos sí estarían dispuestos a usar el nuevo sistema de pago.
 - I. (1,5 puntos) Determine un intervalo de confianza al 97 % para estimar la proporción de clientes de esa tienda que estarían dispuestos a usar el nuevo sistema de pago.
 - II. (1 punto) Mediante una nueva encuesta se quiere estimar la proporción de clientes de esa tienda que usarían el nuevo sistema de pago, con un error máximo del 3 % y un nivel de confianza del 94 %. Suponiendo que se mantiene la proporción muestral del apartado anterior, ¿a cuántos clientes como mínimo habría que realizar la encuesta?

Solución:

a) $N(\mu; 3)$

$$I. \quad n = 100, \bar{X} = 8,1 \text{ y } NC = 97 \% = 0,97 = 1 - \alpha \implies \alpha = 0,03 \implies \frac{\alpha}{2} = 0,015$$

$$P(Z \leq z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,985 \implies z_{\alpha/2} = 2,17$$

$$E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2,17 \frac{3}{\sqrt{100}} = 0,651$$

$$IC = (\bar{X} - E, \bar{X} + E) = (8,1 - 0,651; 8,1 + 0,651) = (7,449; 8,751)$$

$$\text{II. } NC = 92\% = 0,92 = 1 - \alpha \implies \alpha = 0,08 \implies \frac{\alpha}{2} = 0,04$$

$$P(Z \leq z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,96 \implies z_{\alpha/2} = 1,75$$

$$E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \implies 1 = 1,75 \frac{3}{\sqrt{n}} \implies n \geq 27,5625 \implies n = 28$$

$$\text{b) } n = 200, \hat{p} = \frac{150}{200} = 0,75 \text{ y } \hat{q} = 1 - \hat{p} = 0,25$$

$$\text{I. } NC = 97\% = 0,97 = 1 - \alpha \implies \alpha = 0,03 \implies \frac{\alpha}{2} = 0,015$$

$$P(Z \leq z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,985 \implies z_{\alpha/2} = 2,17$$

$$E = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} = 2,17 \sqrt{\frac{0,75 \cdot 0,25}{200}} = 0,0664$$

$$IC = (\hat{p} - E, \hat{p} + E) = (0,75 - 0,0664; 0,75 + 0,0664) = (0,6836; 0,8164) = (68,36\%, 81,64\%)$$

$$\text{II. } NC = 94\% = 0,94 = 1 - \alpha \implies \alpha = 0,06 \implies \frac{\alpha}{2} = 0,03$$

$$P(Z \leq z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,97 \implies z_{\alpha/2} = 1,88$$

$$E = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \implies 0,03 = 1,88 \sqrt{\frac{0,75 \cdot 0,25}{n}} \implies n \geq 736,3333 \implies n = 737$$

Problema 3 (2,5 puntos) Elija sólo uno de los apartados a) o b):

- a) En una casa con trastero viven tres personas y cada una tiene un llavero con las llaves de la casa. El primer llavero contiene 7 llaves, el segundo 8 y el tercero 5. En cada uno de los llaveros hay una única llave que abre el trastero. Otra persona necesita abrir el trastero y, para ello, selecciona un llavero al azar y, de este, elige una llave aleatoriamente e intenta abrirlo. Calcule la probabilidad de que:
- I. (1 punto) No haya acertado con la llave seleccionada.
 - II. (0,5 puntos) El llavero sea el tercero y la llave abra el trastero.
 - III. (0,5 puntos) Sabiendo que la llave elegida abre el trastero, esta pertenezca al primer o al tercer llavero.
 - IV. (0,5 puntos) Si la llave no abre el trastero, esta no pertenezca al primer llavero.
- b) Una empresa de marketing ha lanzado una campaña publicitaria para promocionar un nuevo servicio de energía solar para hogares. Según estudios previos, se estima que el 20% de las personas que ven el anuncio terminan contratando el servicio. Para analizar más en profundidad la efectividad de la campaña, se seleccionan aleatoriamente a 20 personas que han visto el anuncio.

- I. (0,75 puntos) Calcule la probabilidad de que exactamente 10 personas contraten el servicio.
- II. (0,75 puntos) Determine la probabilidad de que al menos 2 personas contraten el servicio.
- III. (0,5 puntos) Determine el valor esperado del número de personas que contratarán el servicio de entre las seleccionadas.
- IV. (0,5 puntos) ¿Cuántas personas, de entre las que han visto el anuncio, se deberían seleccionar para que el número esperado de personas que contraten el servicio sea mayor o igual a 13?

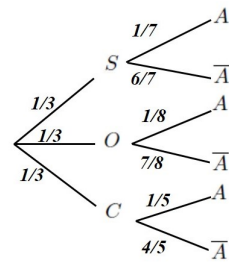
Solución:

a) Sean S el llavero de siete llaves, O el llavero de ocho llaves, C el llavero de cinco llaves, A abre la puerta y $\bar{A}$ no abre la puerta.

$$\begin{aligned} \text{I. } P(\bar{A}) &= P(\bar{A}|S)P(S) + P(\bar{A}|O)P(O) + \\ &P(\bar{A}|C)P(C) = \\ &\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{8} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{709}{840} = 0,844 \end{aligned}$$

$$\text{II. } P(C \cap A) = P(A|C)P(C) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{15} = 0,0667$$

$$\begin{aligned} \text{III. } P(S \cup C|A) &= \frac{P(A \cap (S \cup C))}{P(A)} = \\ &\frac{P((A \cap S) \cup (A \cap C))}{P(A)} = \frac{P(A \cap S) + P(A \cap C)}{P(A)} = \\ &\frac{P(A|S)P(S) + P(A|C)P(C)}{1 - P(\bar{A})} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}}{1 - \frac{709}{840}} = \\ &\frac{96}{131} = 0,7328 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{IV. } P(\bar{S}|\bar{A}) &= 1 - P(S|\bar{A}) = 1 - \frac{P(S \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = 1 - \\ &\frac{P(\bar{A}|S)P(S)}{P(\bar{A})} = 1 - \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{7}}{\frac{709}{840}} = \frac{469}{840} = 0,5583 \end{aligned}$$

b) $B(20; 0,2)$

$$\text{I. } P(X = 10) = \binom{20}{10} 0,2^{10} \cdot 0,8^{10} = 0,00203$$

$$\begin{aligned} \text{II. } P(X \geq 2) &= 1 - P(X < 2) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1)) = \\ &1 - \left[\binom{10}{0} 0,2^0 \cdot 0,8^{20} + \binom{10}{1} 0,2^1 \cdot 0,8^{19} \right] = 0,93082 \end{aligned}$$

$$\text{III. } E[X] = np = 20 \cdot 0,2 = 4$$

$$\text{IV. } E[X] = n \cdot 0,2 \geq 13 \implies n \geq \frac{13}{0,2} = 65 \implies n \geq 65$$

Problema 4 (2,5 puntos) Elija sólo uno de los apartados a) o b):

- a) El tiempo de estudio semanal de los estudiantes andaluces, medido en horas, se distribuye según una ley Normal de media desconocida y desviación típica 5 horas. A partir de una muestra de 81 estudiantes se ha obtenido que el intervalo de confianza para la media poblacional es (10,794; 13,206), con un nivel de confianza del 97 %.
- I. (0,5 puntos) Obtenga el tiempo medio de estudio de esa muestra de estudiantes.
 - II. (0,5 puntos) Si se amplía el tamaño de la muestra, razone si manteniendo el nivel de confianza, la amplitud del intervalo de confianza aumenta o disminuye.
 - III. (0,75 puntos) Si se desea reducir la amplitud del intervalo de confianza, razone si manteniendo el tamaño muestral, ha de reducirse o aumentarse el nivel de confianza.
 - IV. (0,75 puntos) Si la media de la población es de 10,2 horas y sabiendo que la media muestral es de 12 horas, calcule el tamaño máximo de la muestra para obtener un intervalo de confianza que contenga la media poblacional, manteniendo el 97 % de confianza.
- b) Los desajustes sobre el horario previsto de llegada de los trenes de alta velocidad, medidos en minutos, sigue una ley Normal con media 0 y desviación típica 2,2.
- I. (0,5 puntos) Calcule el porcentaje de trenes que tienen un desajuste máximo de un minuto.
 - II. Elegidos al azar 15 trenes de alta velocidad, los desajustes han sido:
 $0; 1,3; -2,1; -1,5; 2; 0,8; 5; 2,1; -3; 1,8; 3,1; 4; -0,7; 1,6; -5,4$
1. (1,25 puntos) Calcule un intervalo de confianza, con un nivel de confianza del 96 %, para la media poblacional. ¿Cuál es el error máximo que se comete en la estimación de esta media? Con este nivel de confianza y a partir de los datos obtenidos, ¿puede afirmarse que un tren tenga un retraso de 2 minutos?
 2. (0,75 puntos) Con un nivel de confianza del 98 %, ¿cuántos trenes de alta velocidad deberían elegirse, como mínimo, para que la diferencia entre la media poblacional y su estimación muestral sea como máximo de 1,1 minutos?

Solución:

- a) $N(\mu; 5)$

- I. $\bar{X} = \frac{10,794 + 13,206}{2} = 12$
- II. $E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow$ (manteniendo el nivel de confianza) si n aumenta el error E disminuye y, por tanto, la amplitud del intervalo de confianza $IC = (\bar{X} - E, \bar{X} + E)$ disminuye.
- III. Si aumenta el nivel de confianza aumenta el error y la amplitud del intervalo de confianza si se mantiene el tamaño muestral. Por el contrario, manteniendo el tamaño muestral, si se quiere reducir la amplitud del intervalo de confianza hay que reducir el nivel de confianza.
- IV. $N(10, 2; 5)$, $\bar{X} = 12$ y $NC = 97\% = 0,97 = 1 - \alpha \Rightarrow \alpha = 0,03 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,015$

$$P(Z \leq z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,985 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2,17$$

$$E \geq |\bar{X} - \mu| = |12 - 10,2| = 1,8 \Rightarrow 1,8 \leq 2,17 \frac{5}{\sqrt{n}} \Rightarrow n \leq \left(\frac{2,17 \cdot 5}{1,8} \right)^2 = 36,3341$$

Luego $n = 36$.

b) $N(0; 2, 2)$

I. $P(X \leq 1) = P\left(Z \leq \frac{1-0}{2,2}\right) = P(Z \leq 0,45) = 0,6736 = 67,36\%$

II.

$$\bar{X} = \frac{0 + 1,3 + -2,1 + -1,5 + 2 + 0,8 + 5 + 2,1 - 3 + 1,8 + 3,1 + 4 - 0,7 + 1,6 - 5,4}{15} = 0,6$$

1. $NC = 96\% = 0,96 = 1 - \alpha \Rightarrow \alpha = 0,04 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,02$

$$P(Z \leq z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,98 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2,055$$

$$E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2,055 \frac{2,2}{\sqrt{15}} = 1,17$$

$$IC = (\bar{X} - E, \bar{X} + E) = (0,6 - 1,17; 0,6 + 1,17) = (-0,57; 1,77)$$

No puede afirmarse que el retraso medio de los trenes sea de 2 minutos con una confianza del 96% ya que $2 \notin (-0,57; 1,77)$.

2. $NC = 98\% = 0,98 = 1 - \alpha \Rightarrow \alpha = 0,02 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,01$

$$P(Z \leq z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,99 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2,325$$

$$1,1 = 2,325 \frac{2,2}{\sqrt{n}} \Rightarrow n \geq \left(\frac{2,325 \cdot 2,2}{1,1} \right)^2 = 21,6225 \Rightarrow n = 22$$