Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Noviembre 2025

Problema 1 (2,5 puntos)

a) (2,5 puntos) En una de las atracciones hay dos tipos de pases, el pase VIP y el normal, sus precios son, respectivamente, "x" e "y". Un grupo de personas pagó, en total, 90 € cuando compró un pase VIP y tres pases normales, mientras que otro grupo de personas pagó 15 m€ por comprar dos pases VIP y m pases normales. Para determinar el precio de cada pase, se utiliza el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\left\{\begin{array}{l} x+3y=90 \\ 2x+my=15m \end{array}\right.$$

a.1 (1 punto) Si $m=15$, ¿cuál fue el precio de cada tipo de pase?

a.2 (1 punto) Proporciona un valor de m para el cual el sistema tenga solución, pero esa solución carezca de sentido en el contexto del problema. Justifica tu respuesta.

a.3 (0,5 puntos) ¿Para qué valor de m el sistema no tiene solución? Justifica tu respuesta.

b) (2,5 puntos) Dadas las matrices
$A=\begin{pmatrix} -1 & -m \\ 3 & -8-m \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} m & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix} 4 \\ 6m-8 \end{pmatrix}$ y $E=\begin{pmatrix} 0 \\ -2m \end{pmatrix}$.

b.1 (1,5 puntos) Si $A\cdot B\cdot C=\dfrac{1}{2}D+E$, plantea un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas (representadas por x e y) en función del parámetro m.

b.2 (1 punto) Encuentra un valor de m para el cual el sistema tenga infinitas soluciones.

Solución:

a) a.1 Si $m=15$:
$$\left\{\begin{array}{l} x+3y=90 \\ 2x+15y=225 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=75 \text{ €} \\ y=5 \text{ €} \end{array}\right.$$

a.2 $$\left\{\begin{array}{l} x+3y=90 \\ 2x+my=15m \end{array}\right. \Longrightarrow \overline{M}=\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & 90 \\ 2 & m & 15m \end{array}\right);\ |M|=m-6=0\Longrightarrow m=6$$

Si $m\neq 6\Longrightarrow |M|\neq 0\Longrightarrow$Rango$(\overline{M})=2=$Rango$(M)=$nº de incógnitas y el sistema es compatible determinado (solución única)

Si $m=6\Longrightarrow \overline{M}=\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & 90 \\ 2 & 6 & 90 \end{array}\right)=\left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2-2F_1 \end{array}\right]=\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & 90 \\ 0 & 0 & -90 \end{array}\right)\Longrightarrow$ sistema incompatible (no tiene solución)

Para el caso $m\neq 6$ resolvemos el sistema en función del parámetro m:

$\overline{M} = \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & 90 \\ 2 & m & 15m \end{array}\right) = \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 - 2F_1 \end{array}\right] = \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & 90 \\ 0 & m-6 & 15m-180 \end{array}\right) \Longrightarrow$

$\left\{\begin{array}{l} x = \dfrac{45m}{m-6} \\ y = \dfrac{15m-180}{m-6} \end{array}\right.$

Una posible solución sería para $m = 2$: $\left\{\begin{array}{l} x = -\dfrac{45}{2} \\ y = -\dfrac{75}{2} \end{array}\right.$. Solución del sistema pero fuera del contexto del problema.

a.3 Como se ha visto en la discusión del sistema cuando $m = 6$ el sistema no tiene solución (sistema incompatible)

b) b.1 $A \cdot B \cdot C = \begin{pmatrix} -1 & -m \\ 3 & -8-m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3y - 2mx \\ x(2m-8) - 9y \end{pmatrix}$

$\dfrac{1}{2}D + E = \dfrac{1}{2}\begin{pmatrix} 4 \\ 6m-8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -2m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ m-4 \end{pmatrix} \Longrightarrow \begin{pmatrix} 3y - 2mx \\ x(2m-8) - 9y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ m-4 \end{pmatrix}$

$\left\{\begin{array}{l} -2mx + 3y = 2 \\ (2m-8)x - 9y = m-4 \end{array}\right.$

b.2 $\overline{A} = \left(\begin{array}{cc|c} -2m & 3 & 2 \\ 2m-8 & -9 & m-4 \end{array}\right) \Longrightarrow |A| = 12(m+2) = 0 \Longrightarrow m = -2$

- Si $m \in \mathbb{R} - \{-2\} \Longrightarrow |A| \neq 0 \Longrightarrow$Rango$(\overline{A}) = 2 =$Rango$(A) =$ número de incógnitas y el sistema es compatible determinado (solución única)
- Si $m = -2$: $\overline{A} = \left(\begin{array}{cc|c} 4 & 3 & 2 \\ -12 & -9 & -6 \end{array}\right) = \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 + 3F_1 \end{array}\right] = \left(\begin{array}{cc|c} 4 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \Longrightarrow$ sistema compatible indeterminado (el sistema tiene infinitas soluciones)

  $\left\{ 4x + 3y = 2 \right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = \dfrac{1}{2} - \dfrac{3}{4}\lambda \\ y = \lambda \end{array}\right.$