Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Noviembre 2025

Problema 1 (2,5 puntos)

a) (1,75 puntos) Plantee y resuelva el siguiente problema de forma matricial:
El gerente de una empresa de productos hospitalarios desea introducir un nuevo producto en el mercado nacional. Para ello contrata a 3 vendedores que se han encargado de las zonas A, B y C del país, respectivamente. El vendedor de la zona A ha trabajado 40 horas, ha realizado 10 demostraciones y 5 viajes para dicha promoción. El vendedor de la zona B ha trabajado el doble de horas que el de la zona A, realizando 15 demostraciones y 8 viajes. En cuanto al vendedor de la zona C, ha trabajado 100 horas, ha realizado 25 demostraciones y 10 viajes. El gerente debe abonarles 75€ por hora trabajada, 300€ por demostración y 250€ por viaje realizado. Teniendo en cuenta que, además, debe aplicárseles una retención en concepto del impuesto del IRPF del 15 % si la cantidad a abonar al vendedor es menor de diez mil euros y del 18 % en caso contrario, determine la cantidad final que cobrará cada vendedor.

b) (0,75 puntos) Sea $A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 3 & a-1 & 2 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ ¿Para qué valores de a es la matriz A invertible?

Solución:

a) Ordenamos los datos en una tabla:

	Horas	Demostraciones	Viajes
Vendedor A	40	10	5
Vendedor B	80	15	8
Vendedor C	100	25	10
Abonos	75	300	250

Tenemos:

$$\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 & 10 & 5 \\ 80 & 15 & 8 \\ 100 & 25 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 75 \\ 300 \\ 250 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7250\,€ \\ 12500\,€ \\ 17500\,€ \end{pmatrix}$$

Aplicando la retención en concepto del impuesto del IRPF:

$$\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,85 & 0 & 0 \\ 0 & 0,82 & 0 \\ 0 & 0 & 0,82 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7250 \\ 12500 \\ 17500 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6162,5\,€ \\ 10250\,€ \\ 14350\,€ \end{pmatrix}$$

b) $|A| = -10a + 8 = 0 \Longrightarrow a = \dfrac{4}{5} \Longrightarrow \exists A^{-1} \;\; \forall a \in \mathbb{R} - \left\{\dfrac{4}{5}\right\}$

Problema 2 (2,5 puntos) Responda a las siguientes cuestiones:

a) (1,25 puntos) Determine el orden de la matriz X para que la ecuación matricial $AX + 3B = C$ esté bien planteada, siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Resuelva la ecuación matricial despejando previamente X.

b) (1,25 puntos) Un pueblo necesita recaudar fondos para combatir una plaga de termitas y han decidido financiar parte del tratamiento mediante la venta de participaciones para el sorteo de Lotería del 22 de diciembre. Ofrecen tres tipos de participaciones: de 10 euros, de 25 euros y de 5 euros. Se sabe que han vendido la mitad de participaciones de 10 euros que de 25 euros; en total, han recaudado 7100 € y han vendido 430 participaciones. Utilizando técnicas matriciales, determine la cantidad de participaciones vendidas de cada tipo. Con una ganancia de 2,50 € por cada participación de 10 €, de 5 euros por cada participación de 25 € y de 1 € por cada participación de 5 €, ¿a cuánto asciende la ganancia total?

Solución:

a) $\underset{2\times 2}{A} \cdot \underset{m\times n}{X} + 3\underset{2\times 3}{B} = \underset{2\times 3}{C} \Longrightarrow m = 2$ y $n = 3 \Longrightarrow \underset{2\times 3}{X}$

Como $|A| = -1 \Longrightarrow \exists A^{-1}$.

$AX + 3B = C \Longrightarrow AX = C - 3B \Longrightarrow X = A^{-1}(C - 3B) =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}^{-1} \left[\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & -3 & 2 \\ -4 & -1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 2 \\ 14 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$

b) Sean x las participaciones de 10 euros vendidas, y las de 25 euros y z las de 5 euros.

$$\begin{cases} x = \dfrac{y}{2} \\ 10x + 25y + 5z = 7100 \\ x + y + z = 430 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y + z = 430 \\ 2x - y = 0 \\ 2x + 5y + z = 1420 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = 110 \\ y = 220 \\ z = 100 \end{cases} \Longrightarrow$$

una ganancia de $\begin{cases} 110 \cdot 2,50 = 275€ \\ 220 \cdot 5 = 1100€ \\ 100 \cdot 1 = 100€ \end{cases}$ en total $275 + 1100 + 100 = 1475€$

Resolvemos el sistema matricialmente:

$$AX = B \Longrightarrow X = A^{-1}B \Longrightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 430 \\ 0 \\ 1420 \end{pmatrix} \Longrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} 430 \\ 0 \\ 1420 \end{pmatrix} =$$

$$\frac{1}{9}\begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 12 & -3 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 430 \\ 0 \\ 1420 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 110 \\ 220 \\ 100 \end{pmatrix}$$