

Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Diciembre 2025

Problema 1 Resolver los siguientes apartados:

- a) i. (1,75 puntos) En un festival gastronómico gaditano se han vendido entradas para tres eventos culinarios. Concretamente, 120 entradas para un taller de repostería, 50 para una demostración de cocina gourmet y 150 para una cata de vinos de la tierra de Cádiz. El total recaudado por la venta de entradas ha sido de 6460 €. Se sabe que el precio de 10 entradas para el taller de repostería coincide con el coste de la suma de 2 entradas para la cata de vinos y 1 entrada para la demostración de cocina gourmet. Además, el coste de 2 entradas para el taller y 1 entrada para la cata de vinos supera en 6 € al de 2 entradas para la demostración de cocina gourmet. ¿Cuánto cuesta la entrada de cada evento?

ii. (0,75 puntos) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, calcule el rango de A y A^2 .

- b) (2,5 puntos) Un servicio técnico recibe un encargo para revisar lavadoras y frigoríficos de una empresa de apartahoteles. La revisión de cada lavadora requiere 100 minutos de trabajo, mientras que cada frigorífico requiere 50 minutos. El servicio técnico dispone de 26 horas y 40 minutos para hacer las revisiones. Por política de empresa, no se aceptan encargos de más de 12 lavadoras ni de más de 16 frigoríficos. Sabiendo que las revisiones se pagan a 50 € la hora, en ambos tipos de electrodomésticos, ¿cuántos electrodomésticos de cada clase debe revisar el servicio técnico para maximizar el ingreso con el encargo? ¿A cuánto asciende este ingreso máximo?

Solución:

- a) a.i Sean x el precio de una entrada para un taller de repostería, y de cocina gourmet y z de cata de vinos.

$$\begin{cases} 120x + 50y + 150z = 6460 \\ 10x = 2z + y \\ 2x + z - 6 = 2y \end{cases} \implies \begin{cases} 12x + 5y + 15z = 646 \\ 10x - y - 2z = 0 \\ 2x - 2y + z = 6 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 8 \text{ €} \\ y = 20 \text{ €} \\ z = 30 \text{ €} \end{cases}$$

Resolución por Gauss:

$$A = \left(\begin{array}{ccc|c} 12 & 5 & 15 & 646 \\ 10 & -1 & -2 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & 6 \end{array} \right) = \left[\begin{array}{c} F_1 \\ 6F_2 - 5F_1 \\ 6F_3 - F_1 \end{array} \right] = \left(\begin{array}{ccc|c} 12 & 5 & 15 & 646 \\ 0 & -31 & -87 & -3230 \\ 0 & -17 & -9 & -610 \end{array} \right) =$$
$$\left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ 31F_3 - 17F_2 \end{array} \right] = \left(\begin{array}{ccc|c} 12 & 5 & 15 & 646 \\ 0 & -31 & -87 & -3230 \\ 0 & 0 & 1200 & 36000 \end{array} \right) \implies$$

$$\begin{cases} 1200z = 36000 \Rightarrow z = 30 \\ -31y - 2610 = -3230 \Rightarrow y = 20 \\ 12x + 100 + 450 = 646 \Rightarrow x = 8 \end{cases}$$

a.ii) $|A| = 0$ y $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \neq 0 \Rightarrow \text{Rango}(A) = 2.$

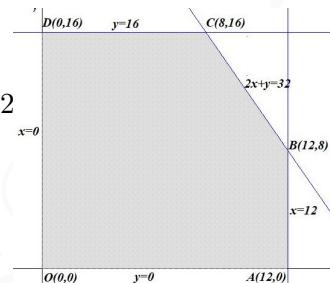
$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ 0 & 10 & 10 \\ 0 & 6 & 6 \end{pmatrix}$$

Las tres filas (o columnas) de A^2 son proporcionales, luego $\text{Rango}(A^2) = 2$.

- b) Sean x el número de lavadoras revisadas e y el número de frigoríficos revisados.

Región factible:

$$\left\{ \begin{array}{l} 100x + 50y \leq 26 \cdot 60 + 40 \\ x \leq 12 \\ y \leq 16 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right. \implies \left\{ \begin{array}{l} 2x + y \leq 160 \\ x \leq 12 \\ y \leq 16 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right.$$



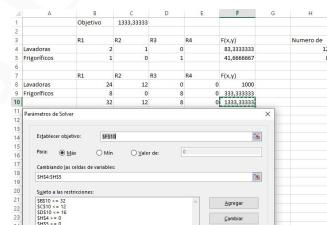
Los vértices a estudiar serán: $O(0,0)$, $A(12,0)$, $B(12,8)$, $C(8,16)$ y $D(0,16)$.

Función objetivo:

$$f(x, y) = \frac{50}{60}(100x + 50y) = \frac{5}{3}(50x + 25y)$$

Solución por solver:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(0, 0) = 0 \\ f(12, 0) = 1000 \\ f(12, 8) = \frac{4000}{3} \simeq 1333,3333 \\ f(8, 16) = \frac{4000}{3} \simeq 1333,3333 \\ f(0, 16) = \frac{2000}{3} \simeq 666,6667 \end{array} \right.$$



El ingreso máximo es de 1333,33€ en cualquier punto del segmento que une los puntos B y C incluyendo ambos puntos: $\{(x, y) | y = 32 - 2x, \forall x \in [8, 12] \subset \mathbb{N}\}$.

lavadoras	frigoríficos
8	16
9	14
10	12
11	10
12	8