

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

Noviembre 2024

Problema 1 (2,5 puntos) Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -m & m-2 \\ 2m & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2m \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} m & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ y } E = \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}.$$

- a) (1,25 puntos) Si $\frac{1}{3}(A + B \cdot C) \cdot D = E$, plantea un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas (representadas por x e y) en función del parámetro m .
- b) (1,25 puntos) ¿Para qué valores de m el sistema anterior tiene solución? En caso de existir solución, ¿es siempre única? Encuentra, si es posible, la solución para $m = 1$.

Problema 2 (2,5 puntos) Se considera la matriz A dada por:

$$A = \begin{pmatrix} a & -1 \\ 4 & b \end{pmatrix}$$

- a) (1,25 puntos) Determine todos los valores de los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$ para los que se verifica que $A^2 = O$, donde O denota la matriz nula de tamaño 2×2 .
- b) (1,25 puntos) Sea $a = 2$ y $b = -2$. Sabiendo que $B = A + I$, donde I denota la matriz identidad de tamaño 2×2 , calcule B^2 y B^{10} .

Problema 3 (2,5 puntos) De cada 100 libros prestados en una biblioteca, 90 son novelas, biografías y libros de autoayuda. Además, se observa que los libros de autoayuda prestados son la mitad de las novelas y el número de las biografías es 5 unidades menor que el de las novelas. Plantee el sistema de ecuaciones y calcule el porcentaje de libros prestados de cada tipo.

Problema 4 (2,5 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x - 2y + (a + 1)z = 1 \\ 2x - az = 2 \\ (a + 2)x - ay = 4 \end{cases}$$

- a) (1,5 puntos) Discuta el sistema en función de los valores del parámetro a .
- b) (1 punto) Resuelva el sistema de ecuaciones para $a = -1$.