Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Noviembre 2024

Problema 1 (2,5 puntos) Responda a las siguientes cuestiones:

a) (1,25 puntos) Determine el orden de la matriz X para que la ecuación matricial $AX + 3B = C$ esté bien planteada, siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Resuelva la ecuación matricial despejando previamente X.

b) (1,25 puntos) Un pueblo necesita recaudar fondos para combatir una plaga de termitas y han decidido financiar parte del tratamiento mediante la venta de participaciones para el sorteo de Lotería del 22 de diciembre. Ofrecen tres tipos de participaciones: de 10 euros, de 25 euros y de 5 euros. Se sabe que han vendido la mitad de participaciones de 10 euros que de 25 euros; en total, han recaudado 7100 € y han vendido 430 participaciones. Utilizando técnicas matriciales, determine la cantidad de participaciones vendidas de cada tipo. Con una ganancia de 2,50 € por cada participación de 10 €, de 5 euros por cada participación de 25 € y de 1 € por cada participación de 5 €, ¿a cuánto asciende la ganancia total?

Problema 2 *(2,5 puntos)* Se consideran las matrices M, P y N dadas por:

$$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & 1 \end{pmatrix} \quad P = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

a) (1,25 puntos) Determine los valores de los parámetros $a, b, c \in \mathbb{R}$ para los que se verifica:

$$M \cdot N = 2N \ \text{ y } \ (N^t \cdot M)^t + M \cdot P = N$$

b) (1,25 puntos) Para $a = 0$, $b = -1$ y $c = -2$, compruebe que $M^2 = M + 2I$, donde I denota la matriz identidad de tamaño 2×2, y utilice dicha igualdad para calcular M^{-1} y M^3.

Problema 3 *(2,5 puntos)* En una tienda de música se tienen 70 instrumentos distribuidos en tres tipos: guitarras, pianos y violines. Se sabe que la cantidad de pianos más la cantidad de violines es igual a la cantidad de guitarras. Si tuviéramos el mismo número de violines, pero el doble de pianos y cuatro veces el de guitarras, el total de instrumentos en la tienda sería de 180. Plantee un sistema de ecuaciones y determine el número de instrumentos de cada tipo en la tienda.

Problema 4 *(2,5 puntos)* Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 2 \\ 3x + y + z = 0 \\ 8x + ay + 5z = 2 \end{cases}$$

a) (1,5 puntos) Discuta el sistema en función de los valores del parámetro a.

b) (1 punto) Resuelva el sistema de ecuaciones para $a = 3$.