

**Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)**  
**Octubre 2024**

---

---

**Problema 1** Calcular el rango de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & -1 \\ 1 & -5 & 3 & -8 \end{pmatrix}$$

**Problema 2** Sea la matriz  $A = \begin{pmatrix} m & 3 & -1 \\ 2 & m+1 & 0 \\ m & -5 & 3 \end{pmatrix}$

- a) Calcular los valores de  $m$  para los que la matriz  $A$  es inversible.
- b) Calcular  $A^{-1}$  para  $m = 0$ .

**Problema 3** Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Calcular  $A^n$  y en particular  $A^{2025}$

**Problema 4** Calcular todas las matrices  $X$  que cumplan  $AX = XA$  donde  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

**Problema 5** Se considera que una matriz es mágica si la suma de los elementos de cada fila y de cada columna tiene como resultado en todos los casos el mismo valor, que se denomina constante mágica. Martí ha encontrado una forma de crear matrices mágicas eligiendo tres números cualesquiera y multiplicándolos por las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Martí propone a sus amigos que cada uno construya su matriz mágica particular a partir del día de su cumpleaños, del mes de su cumpleaños y de su edad.

- a) (1,25 puntos) Sabiendo que Martí nació el 10 de marzo y que tiene 18 años, calcule  $10 \cdot A + 3 \cdot B + 18 \cdot C$ . Compruebe que la matriz resultante es mágica e indique cuál es su constante mágica (el valor común de la suma de las filas y las columnas).
- b) (1,25 puntos) Martí ha calculado la matriz mágica de su padre, que celebra su cumpleaños el 8 de septiembre, y ha obtenido que su constante mágica es 153. ¿Qué edad tiene el padre de Martí?

(Cataluña Ordinaria-2024)