Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)
Diciembre 2024

Problema 1 (2,5 puntos) Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix};$$

Realiza las siguientes operaciones:

a) (0,5 puntos) El producto AB.

b) (0,5 puntos) La inversa C^{-1}

c) (0,5 puntos) La diferencia $D - AB$

d) (1 punto) Resuelve la ecuación matricial: $AB + CX = D$; es decir calcula la matriz X.

Solución:

a) $AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & -7 \end{pmatrix}$

b) $C^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$

c) $D - AB = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 8 \end{pmatrix}$

d) $AB + CX = D \Longrightarrow CX = D - AB \Longrightarrow X = C^{-1}(D - AB) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -18 \\ 2 & 31 \end{pmatrix}$

Problema 2 (2,5 puntos) Sea S la región del plano delimitado por el sistema de inecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} x + 2y \le 10 \\ x + y \ge 2 \\ 0 \le x \le 8 \\ y \ge 0 \end{array}\right\}$$

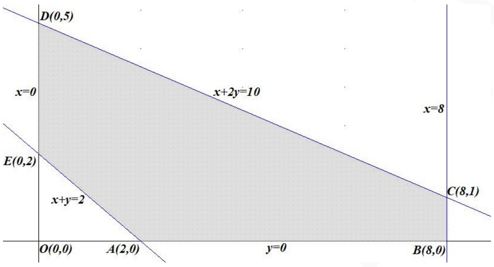
a) (2 puntos) Represente la región S y calcule sus vértices.

b) (0,5 puntos) Determine los puntos de la región factible dónde la función $f(x, y) = 2x + y$ alcanza su valor máximo y mínimo. Calcule dichos valores.

Solución:

a) La región factible es:

$$\begin{cases} x + 2y \leq 10 \\ x + y \geq 2 \\ 0 \leq x \leq 8 \\ y \geq 0 \end{cases} \implies \begin{cases} x + 2y \leq 10 \\ x + y \geq 2 \\ x \leq 8 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



Los vértices son: $A(2,0)$, $B(8,0)$, $C(8,1)$, $D(0,5)$ y $E(0,2)$

b) $f(x,y) = 2x + y$

$$\begin{cases} f(2,0) = 4 \\ f(8,0) = 16 \\ f(8,1) = 17 \ \text{Máximo} \\ f(0,5) = 5 \\ f(0,2) = 2 \ \text{Mínimo} \end{cases}$$

El mínimo se encuentra en el punto $E(0,2)$ con un valor de 2 y el máximo en el punto $C(8,1)$ con un valor de 17.

Solución por solver :