

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

Diciembre 2023

Problema 1 (2,5 puntos) El ayuntamiento dispone de 48000€ para la puesta en marcha de huertas ecológicas en un viejo terreno municipal abandonado. Se destinará un máximo de 50 hectáreas al cultivo de hortalizas y un mínimo de 10 al de árboles frutales. Se dispone de un tanque de agua con una capacidad de 480 m³ anuales para riego. Se sabe que cada hectárea dedicada al cultivo de hortalizas necesita 8 m³ de agua anuales, cantidad que disminuye hasta los 4 m³ anuales en el caso de las hectáreas dedicadas al cultivo de árboles frutales. Se sabe también que cada hectárea dedicada al cultivo de hortalizas requiere una inversión por parte del ayuntamiento de 400€, siendo esta cantidad de 800€ para cada hectárea dedicada al cultivo de árboles frutales. Se sabe además que la producción anual de cada hectárea de hortalizas es de 450 kg y la de cada hectárea de árboles frutales es de 600 kg. El objetivo que persigue el ayuntamiento es maximizar la producción anual total.

- (1 punto) Plantee la función objetivo y el conjunto de restricciones que describen el problema.
- (3 punto) Dibuje la región factible en el plano, identificando claramente sus vértices.
- (0,5 puntos) ¿Cuántas hectáreas se deben dedicar al cultivo de hortalizas y cuántas al de árboles frutales para maximizar la producción anual total?
- (0,5 puntos) ¿A cuánto asciende dicha producción?

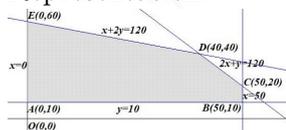
Solución:

Sea x Ha para hortalizas e y Ha para árboles frutales.

- a) $f(x, y) = 450x + 600y$ sujeto a

$$\begin{cases} x \leq 50 \\ y \geq 10 \\ 8x + 4y \leq 480 \\ 400x + 800y \leq 48000 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \implies \begin{cases} 2x + y \leq 120 \\ x + 2y \leq 120 \\ x \leq 50 \\ y \geq 10 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

- b) Representación:



Los vértices a estudiar serán:

$$A(0, 10), B(50, 10), C(50, 20), D(40, 40), \text{ y } E(0, 60)$$

c) Sustituyendo en la función objetivo $f(x, y) = 450x + 600y$:

$$\begin{cases} f(0, 10) = 6000 \\ f(50, 10) = 28500 \\ f(50, 20) = 34500 \\ f(40, 40) = 42000 \leftarrow \text{Máximo} \\ f(0, 60) = 36000 \end{cases} \Rightarrow$$

deben de dedicar 40 Ha al cultivo de hortalizas y 40 Ha al de árboles frutales con una producción máxima de 42000 kg.

Solución por solver :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Objetivo		42000				
2								
3		R1	R2	R3	R4	F(x,y)		Numero de
4	hortalizas	2	1	1		450		40
5	árboles	1	2	0		600		40
6								
7		R1	R2	R3	R4	F(x,y)		
8	hortalizas	80	40	40	0	18000		
9	árboles	40	80	0	0	24000		
10		120	120	40	0	42000		

d) La producción máxima es de 42000 kg.

Problema 2 (2,5 puntos) Una empresa de alquiler de vehículos necesita ampliar su flota con el objetivo de maximizar beneficios, para lo cual adquiere nuevos utilitarios y deportivos. Como máximo, tiene planeado adquirir un total de 120 vehículos. Tiene claro que no comprará más de 90 utilitarios ni menos de 10 deportivos. Además, quiere que el número de utilitarios sea, al menos, el doble del de deportivos. Teniendo en cuenta que al final de su vida útil espera haber obtenido un beneficio de 25000€ por cada utilitario y de 40000€ por cada deportivo:

- (1 punto) Plantee la función objetivo y el conjunto de restricciones que describen el problema.
- (3 punto) Dibuje la región factible en el plano, identificando claramente sus vértices.
- (0,5 puntos) ¿Cuántos utilitarios y cuántos deportivos debe adquirir la empresa para maximizar el beneficio?
- (0,5 puntos) ¿A cuánto asciende dicho beneficio?

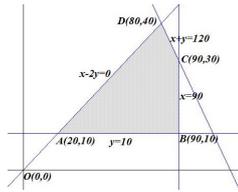
Solución:

Sea x el nº de utilitarios e y el nº de deportivos.

a) $f(x, y) = 25000x + 40000y$ sujeto a

$$\begin{cases} x + y \leq 120 \\ x \leq 90 \\ y \geq 10 \\ x \geq 2y \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y \leq 120 \\ x - 2y \geq 0 \\ x \leq 90 \\ y \geq 10 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

b) Representación:



Los vértices a estudiar serán:

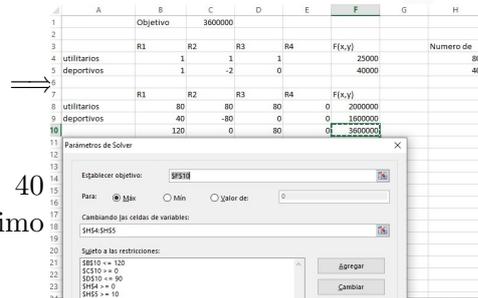
$$A(20, 10), B(90, 10), C(90, 30) \text{ y } D(80, 40)$$

c) Sustituyendo en la función objetivo $f(x, y) = 25000x + 40000y$

Solución por solver :

$$\begin{cases} f(20, 10) = 900000 \\ f(90, 10) = 2650000 \\ f(90, 30) = 3450000 \\ f(80, 40) = 3600000 \leftarrow \text{máximo} \end{cases}$$

debe comprar 80 utilitarios y 40 deportivos para obtener el máximo beneficio.



d) El beneficio máximo es de 3600000€.