Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)
Diciembre 2023

Problema 1 (5 puntos) Sean la función $F(x,y) = 5x - 3y$ y la región del plano R definida mediante las inecuaciones

$$2x - 3y \leq 1; \quad 4x + y \leq 9; \quad x + y \leq 5; \quad 9x - y \geq 0; \quad y \geq 0$$

a) (1,3 puntos) Dibuje la región R y calcule sus vértices.

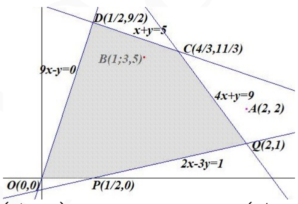
b) (0,5 puntos) Indique razonadamente si los puntos $A(2,2)$ y $B(1;3,5)$ pertenecen a la región R.

c) (0,7 puntos) Obtenga los puntos de la región R donde F alcanza el máximo y el mínimo y calcule sus correspondientes valores.

Solución:

a) El recinto R (región factible):

$$\begin{cases} 2x - 3y \leq 1 \\ 4x + y \leq 9 \\ x + y \leq 5 \\ 9x - y \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



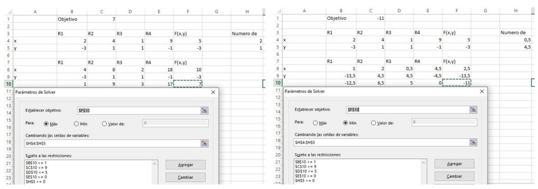
Los vértices a estudiar serán: $O(0,0)$, $P\left(\frac{1}{2},0\right)$, $Q\,(2,1)$, $C\left(\frac{4}{3},\frac{11}{3}\right)$ y $D\left(\frac{1}{2},\frac{9}{2}\right)$.

El punto $A(2,2) \notin R$ y el $B(1;3,5) \in R$, el punto A no cumple las condiciones para ser una solución, en cambio el punto B si las cumple aunque no sea la solución óptima.

b) La función objetivo: $F(x,y) = 5x - 3y$

$$\begin{cases} F\,(0,0) = 0 \\ F\left(\frac{1}{2},0\right) = 2,5 \\ F(2,1) = 7 \ \text{Máximo} \\ F\left(\frac{4}{3},\frac{11}{3}\right) = -4,33 \\ F\left(\frac{1}{2},\frac{9}{2}\right) = -11 \ \text{Mínimo} \end{cases}$$

Solución por solver :



El máximo se encuentra en el punto $Q\,(2,1)$ y vale 7.

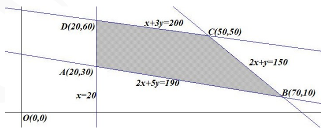
El mínimo se encuentra en el punto $D\left(\frac{1}{2},\frac{9}{2}\right)$ y vale -11.

Problema 2 (5 puntos) Un artesano decide montar dos tipos de anillos utilizando dos tipos de piedras semipreciosas, una de mayor calidad que otra. Para montar uno de los

anillos tarda 20 minutos y utiliza 1 de las piedras de mayor calidad y 2 de las de menor calidad. Para el otro tarda 50 minutos y utiliza 3 piedras de mayor calidad y 1 de menor calidad.
Semanalmente, el artesano dispone de 200 piedras de mayor calidad y 150 de menor calidad. Además, quiere trabajar al menos 1900 minutos a la semana.
Sabiendo que el primer tipo de anillo se vende a 21€, el segundo a 50€ y que deben fabricarse al menos 20 anillos del primer tipo a la semana, determine cuántos anillos de cada tipo deben montarse para maximizar el valor de la venta. ¿A cuánto asciende dicho valor?
Solución:
Sea x anillos A e y anillos B.

	tiempo	mayor calidad	menor calidad	precio de venta
A	20	1	2	21
B	50	3	1	50
	≥ 1900	≤ 200	≤ 150	

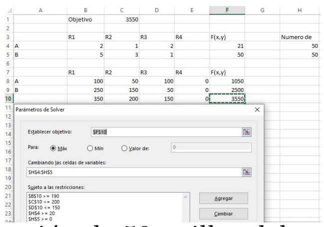
$$S: \begin{cases} 20x+50y \geq 1900 \\ x+3y \leq 200 \\ 2x+y \leq 150 \\ x \geq 20 \\ y \geq 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 2x+5y \geq 190 \\ x+3y \leq 200 \\ 2x+y \leq 150 \\ x \geq 20 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



Los vértices a estudiar serán: $A(20,30)$, $B(70,10)$, $C(50,50)$ y $D(20,60)$.
$f(x,y)=21x+50y$

$$\begin{cases} f(20,30)=1920 \\ f(70,10)=1970 \\ f(50,50)=3550 \Longleftarrow \text{Máximo} \\ f(20,60)=3420 \end{cases} \Longrightarrow$$

Solución por solver :



El mayor valor de venta es de 3550€ y corresponde a la fabricación de 50 anillos del primer tipo (A) y a 50 del segundo (B).