Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Noviembre 2023

Problema 1 (2,5 puntos) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -m & -1 \\ 1+4m & 4+m \end{pmatrix}$,$C = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ y $D = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

a) (1 punto) Si $\frac{1}{2} \cdot A^2 \cdot B \cdot C = D$, plantea un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas (representadas por x e y) en función del parámetro m.

b) (1,5 puntos) ¿Para qué valores de m el sistema anterior tiene solución? En caso de existir solución, ¿es única? Resuelve el sistema para $m = -2$.

Problema 2 (2,5 puntos) Una empresa de 244 trabajadores se compone de operarios, supervisores y gerentes; siendo el número de operarios ocho veces el de gerentes. Además, se sabe que un día en el que faltaron la mitad de los supervisores y el 60 % de los gerentes, el número de operarios fue cuatro veces la suma de los supervisores y los gerentes que se quedaron.

a) (1,25 puntos) Plantee un sistema de ecuaciones que permita calcular cuántos operarios, cuántos supervisores y cuántos gerentes componen la empresa.

b) (1,25 puntos) Resuélvalo.

Problema 3 (2,5 puntos)

a) Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $N = \begin{pmatrix} -2 & 9 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$ y $P = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ demuestra que M y N conmutan. (0,5 puntos)

b) Resuelve la ecuación matricial $M \cdot P \cdot X = N^T - M$ (1,5 puntos)

c) Calcula la matriz que sumada con la matriz $(N + I)^2$ da como resultado la matriz nula, siendo I la matriz identidad de orden 2. (1 punto)

Problema 4 (2,5 puntos) Una matriz A se denomina normal si $A^t A = AA^t$, donde A^t denota la matriz traspuesta de A.

a) Calcula el valor de x para que la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & x \end{pmatrix}$ sea normal. (1 puntos)

b) Calcula la matriz X que satisface la ecuación $AX = B^t X - C$, donde $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$ (1,5 puntos)