

**Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)**  
**Noviembre 2023**

---

**Problema 1** (2,5 puntos) Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & a & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ a & -1 \end{pmatrix}$  y

$$C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

- a) (1 punto) Calcule los valores del parámetro  $a$  para los que tanto  $A$  como  $B$  admitan inversa.
- b) (1,5 puntos) Para  $a = 1$ , halle una matriz  $X$  que satisfaga  $A \cdot X \cdot B = C$

**Problema 2** (2,5 puntos) Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) (1,5 puntos) Pruebe que se verifica que  $A^{-1} = \frac{1}{2}(A^2 - 4A + 5I_3)$ .
- b) (1 punto) Dada la ecuación matricial  $X^t A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ , determine la dimensión de  $X$  y resuelva la ecuación.

**Problema 3** (2,5 puntos) Responda a las siguientes cuestiones:

- a) (1,25 puntos) Determine el orden (dimensión) de la matriz  $X$  para que la ecuación matricial  $ABX = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$  esté bien planteada, siendo  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -12 & -8 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$ . Calcule  $X$ .
- b) (1,25 puntos) Determine el valor(es) del parámetro  $m$  para que el sistema sea compatible y calcule la solución del mismo para  $m = 3$ .

$$\begin{cases} 2x - 5y + 3z = 0 \\ x - y + z = 0 \\ 3x + my + z = 0 \end{cases} \quad (S)$$

**Problema 4** (2,5 puntos) En una fiesta se bebieron  $m$  copas de vino tinto por cada una de vino blanco. Cada copa (sea de vino tinto o blanco) contiene 0,15 litros y en total se tomaron  $3m$  litros de vino.

- a) (0,5 puntos) Plantea un sistema de dos ecuaciones en función del parámetro  $m$  donde las incógnitas  $x$  e  $y$  sean el número de copas de vino tinto y blanco, respectivamente.
- b) (2 puntos) ¿Para qué valores de  $m$  el sistema anterior tiene solución? En caso de existir solución, ¿es siempre única? ¿Cuántas copas se tomaron de cada tipo si en total se consumieron 9 litros de vino?