

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)
Diciembre 2023

Problema 1 (3 puntos) Se considera la matriz A dada por

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Estudie si la matriz A es invertible y, en caso afirmativo, calcule su inversa.
b) Determine la matriz X tal que

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Solución:

a) $|A| = 2 \neq 0 \implies \exists A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & -1/2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1/2 & -1/2 & 3/2 \end{pmatrix}$

b) $X = A^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & -1/2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1/2 & -1/2 & 3/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 0 \\ 1/2 \end{pmatrix}$

Problema 2 (3 puntos) Una pastelería tiene 220 buñuelos de chocolate, nata y crema. Hay el doble de buñuelos de nata que de crema. Además, el doble de la cantidad de los buñuelos de crema más el triple de los buñuelos de chocolate es igual al doble de la cantidad de los buñuelos de nata. Calcule la cantidad de buñuelos que hay de cada tipo.

Solución:

Sean x el número de buñuelos de chocolate, y el número de buñuelos de nata y z el número de buñuelos de crema. Se tiene que

$$\begin{cases} x + y + z = 220 \\ y - 2z = 0 \\ 3x - 2y + 2z = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 40 \\ y = 120 \\ z = 60 \end{cases}$$

Problema 3 (4 puntos) Se desea producir pintura verde en dos tonalidades, VERDE1 y VERDE2, mezclando pintura azul y amarilla en distintas proporciones. Un litro de pintura VERDE1 necesita 0,3 litros de azul y 0,7 litros de amarillo, mientras que un litro de pintura VERDE2 necesita 0,5 litros de azul y 0,5 litros de amarillo. Actualmente se dispone de 20 l de azul y 28 de amarillo. El beneficio por litro de la pintura VERDE1 es

de 1 euro, y por litro de pintura VERDE2 es de 1,2 euros. No se pueden producir más de 30 litros de pintura VERDE1. ¿Cuántos litros de pintura VERDE1 y VERDE2 debe producir para maximizar sus beneficios? ¿Cuál será el beneficio obtenido?

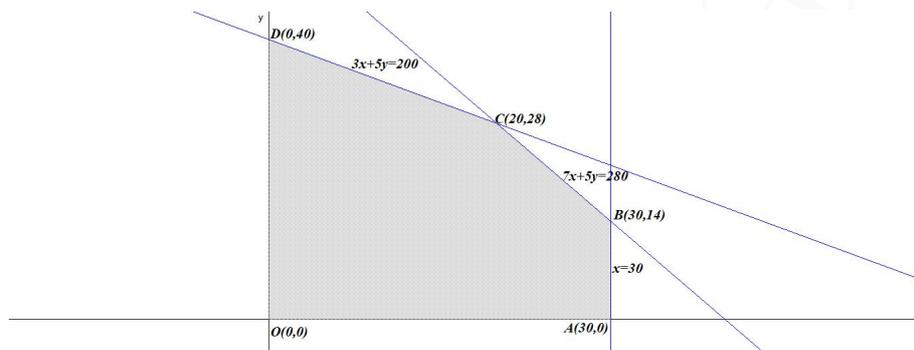
Solución:

Sean x litros de pintura VERDE1 e y litros de pintura VERDE2.

	azul	amarillo	beneficio
VERDE1	0,3	0,7	1
VERDE2	0,5	0,5	1,2
	20	28	

Región factible:

$$\begin{cases} 0,3x + 0,5y \leq 20 \\ 0,7x + 0,5y \leq 28 \\ x \leq 30 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \implies \begin{cases} 3x + 5y \leq 200 \\ 7x + 5y \leq 280 \\ x \leq 30 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$



Los vértices son $O(0,0)$, $A(30,0)$, $B(30,14)$, $C(20,28)$ y $D(0,40)$

La función objetivo es $f(x,y) = x + 1,2y$

$$\begin{cases} f(0,0) = 0 \\ f(30,0) = 30 \\ f(30,14) = 46,8 \\ f(20,28) = 53,6 \\ f(0,40) = 48 \end{cases}$$

El beneficio máximo es de 53,6€ vendiendo 20 l de VERDE1 y 28 l de VERDE2.