

Examen de Matemáticas II (Selectividad - Extraordinaria-coincidente 2024)

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente **cuatro** preguntas cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

CALIFICACIÓN: Cada pregunta se calificará sobre 2,5 puntos.

TIEMPO: 90 minutos.

Opción A

A. 1 (2,5 puntos) Se considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependientes de un

parámetro real a ,
$$\begin{cases} 2x - y + az = -a \\ x + 2y + 3z = -2 \\ ax + ay + 2z = -8 \end{cases}$$

- a) (2 puntos) Discuta el sistema en función del parámetro a .
- b) (0,5 puntos) Resuelva el sistema para $a = -10$.

A. 2 (2,5 puntos) Se considera la función

$$f(x) = \begin{cases} xe^x & \text{si } x < 1 \\ e + \frac{x \ln x}{x^2 + 1} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

y se pide:

- a) (1 punto) Estudiar la continuidad y derivabilidad de f en $x = 1$.
- b) (0,75 puntos) Calcular: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- c) (0,75 puntos) Calcular: $\int_0^1 f(x) dx$

A. 3 (2,5 puntos) Los vértices de un triángulo son $A(-1, 0, 1)$, $B(0, 1, 0)$ y un punto C situado sobre la recta

$$r \equiv \begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + z = -1 \end{cases}$$

- a) (1,5 puntos) Calcule las posibles coordenadas de C sabiendo que el área del triángulo es $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- b) (1 punto) Determine una ecuación de la recta que pasa por $P(2, 1, -1)$ y es paralela a la recta dada r .

A. 4 (2,5 puntos) En un espacio muestral se consideran tres sucesos A , B y C , tales que, $P(A \cup B \cup C) = 1$. Sabiendo que los sucesos B y C son independientes y que $P(A) = 0,5$, $P(\bar{C}) = 0,3$, $P(B \cup C) = 0,73$, $P(A \cap C) = 0,21$ y $P(A \cap B \cap C) = 0,06$. se pide:

- a) (1 punto) Estudiar si los sucesos A y $B \cup C$ son independientes.
- b) (1,5 puntos) Calcular $P(B)$ y $P(C \cap (A \cup B))$.

Opción B

B. 1 (2,5 puntos) Halle un número natural de tres cifras del que se conoce que: sus cifras suman 13; si al número dado se le resta el doble del número que resulta de intercambiar las cifras de las centenas y de las unidades, el resultado es 437; además, la cifra de las decenas excede en una unidad a la media aritmética de las otras dos cifras.

B. 2 (2,5 puntos)

- a) (0,5 puntos) Escriba un ejemplo de una función polinómica de grado 3 cuya gráfica corte al eje de las abscisas en $x = 0$, $x = 1$ y $x = 2$. Escriba también un ejemplo de una función polinómica de grado 3 cuya gráfica corte al eje de las abscisas solo en los puntos $x = 1$ y $x = 0$.
- b) (1 punto) Escriba un ejemplo de una función polinómica de grado 3 que tenga un máximo relativo en el punto $(0, 0)$ y un mínimo relativo en el punto $(1, -1)$.
- c) (1 punto) Justifique si la gráfica de una función polinómica de grado 3 puede no cortar al eje de las abscisas.

B. 3 (2,5 puntos) Sea la recta $r \equiv \begin{cases} x + 2y + z = 2 \\ x + y + 2z = 2 \end{cases}$

- a) (0,5 puntos) Calcule el ángulo que forma la recta r con el vector normal al plano $z = 0$.
- b) (1,25 puntos) Sean π_1 y π_2 dos planos que se cortan en la recta r . Calcule unas ecuaciones de ambos planos sabiendo que π_1 pasa por el punto $P(1, 2, 3)$ y que π_2 no corta al eje OZ .
- c) (0,75 puntos) Estudie la posición relativa de la recta r y la recta s de ecuación $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{3}$

B. 4 (2,5 puntos) Entre los procesadores que utiliza cierta marca de ordenadores portátiles para un modelo, un 30% son de una nueva tecnología que promete una mayor efectividad. Se utilizan todos los procesadores, se empaquetan los ordenadores fabricados en palés de 10 portátiles y se envían 20 palés a cada una de sus tiendas. Se pide:

- a) (1,5 puntos) Determinar la distribución, la media y la desviación típica de la variable “número de portátiles con los procesadores de la nueva tecnología en un palé” Calcular la probabilidad de que en un palé haya exactamente dos portátiles con la nueva tecnología.
- b) (1 punto) Calcular, aproximando por la distribución normal adecuada, la probabilidad de que al menos el 75% de los portátiles recibidos en una tienda no lleven los procesadores de la nueva tecnología.