

## Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CN)

Abril 2024

---

---

**Problema 1** (2,5 puntos) Una imprenta compra la tinta a dos empresas distintas. En la empresa  $A$  compra el 60% de sus pedidos, y el resto a la empresa  $B$ . Se observa que el 1,6% de las cajas de tinta de la empresa  $A$  llegan con defecto, mientras que de la empresa  $B$  sólo el 0,9% son defectuosas. Se toma una caja al azar:

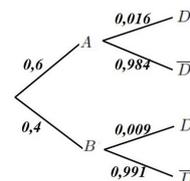
- a) (1,25 punto) Calcula la probabilidad de que la caja sea defectuosa.
- b) (1,25 puntos) Si la caja seleccionada no es defectuosa, calcule la probabilidad de que se haya comprado a la empresa  $A$ .

**Solución:**

Sean los sucesos  $A$  empresa  $A$ ,  $B$  empresa  $B$ ,  $D$  defectuoso y  $\bar{D}$  no defectuoso.

$$\text{a) } P(D) = P(D|A)P(A) + P(D|B)P(B) = 0,016 \cdot 0,6 + 0,009 \cdot 0,4 = 0,0132$$

$$\text{b) } P(A|\bar{D}) = \frac{P(\bar{D}|A)P(A)}{P(\bar{D})} = \frac{0,984 \cdot 0,6}{1 - 0,0132} = 0,5983$$



**Problema 2** (2,5 puntos) Las calificaciones de la asignatura Análisis Matemático I de la Facultad de Matemáticas siguen una distribución  $N(5, 2)$ .

- a) (0,75 puntos) Calcule la probabilidad de que un estudiante haya obtenido una nota mayor o igual que 7,5.
- b) (0,75 puntos) Calcule la probabilidad de que un estudiante haya obtenido una nota entre 3 y 5.
- c) (1 punto) Se modifica sistema de enseñanza de forma que la desviación típica ahora es 1,5 y la probabilidad de obtener una nota menor o igual que 6, sea 0,52. ¿Cuál sería la nueva media? ¿Ha funcionado el sistema aplicado?

(Algunos valores de la función de distribución  $N(0, 1)$  son:  $F(x) = P(Z \leq x)$ ,  $F(0) = 0,5$ ,  $F(1,25) = 0,8944$ ,  $F(0,05) = 0,52$ ,  $F(0,52) = 0,6985$ ,  $F(0,8944) = 0,8133$ ,  $F(1) = 0,8413$ .)

**Solución:**

$$N(5; 2)$$

$$\text{a) } P(X \geq 7,5) = P\left(Z \geq \frac{7,5 - 5}{2}\right) = P(Z \geq 1,25) = 1 - P(Z \leq 1,25) = 1 - 0,8944 = 0,1056$$

$$b) P(3 \leq X \leq 5) = P\left(\frac{3-5}{2} \leq Z \leq \frac{5-5}{2}\right) = P(-1 \leq Z \leq 0) = P(Z \leq 0) - P(Z \leq -1) = P(Z \leq 0) - (1 - P(Z \leq 1)) = 0,5 - (1 - 0,8413) = 0,3413$$

$$c) N(\mu; 1,5) \text{ y } P(X \leq 6) = 0,52$$

$$P(X \leq 6) = P\left(Z \leq \frac{6-\mu}{1,5}\right) = 0,52 \implies \frac{6-\mu}{1,5} = 0,05 \implies \mu = 5,925$$

La media a subido y la dispersión a descendido, luego el sistema ha funcionado.

**Problema 3** (2,5 puntos) Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos independientes asociados a un experimento aleatorio con  $P(A) = 0,5$  y  $P(B) = 0,25$

- (0,5 puntos) Calcule  $P(A \cup B)$ .
- (0,5 puntos) Calcule  $P(A^c)$  y  $P(B^c)$ , donde  $A^c$  y  $B^c$  denotan el suceso contrario de  $A$  y de  $B$  respectivamente.
- (1 punto) Razone si  $A^c$  y  $B^c$  son independientes.
- (0,5 puntos) Calcule  $P(A^c \cup B^c)$ .

**Solución:**

Por comodidad utilizo  $X^c = \bar{X}$

- $A$  y  $B$  independientes:  $P(A \cap B) = P(A)P(B) = 0,5 \cdot 0,25 = 0,125$   
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,5 + 0,25 - 0,125 = 0,625$
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,5 = 0,5$   
 $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,25 = 0,75$
- $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,625 = 0,375$   
 $P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 0,5 \cdot 0,75 = 0,375$   
Luego  $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) \implies \bar{A}$  y  $\bar{B}$  son independientes.
- $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0,125 = 0,875$

**Problema 4** (2,5 puntos) En una población determinada la altura de los niños de 17 años sigue una distribución normal de media 175 cm y desviación típica 7,41.

- (1 punto) Calcule la probabilidad de que en dicha población la altura de un niño de 17 años esté entre 170 cm y 180 cm.
- (1,5 puntos) ¿A partir de que altura un niño de 17 años de dicha población se encontraría dentro del 5% de niños de 17 años más altos de dicha población?

**Solución:**

$$N(175; 7,41)$$

$$\begin{aligned} \text{a) } P(170 \leq X \leq 180) &= P\left(\frac{170-175}{7,41} \leq Z \leq \frac{180-175}{7,41}\right) = P(-0,67 \leq Z \leq \\ &0,67) = \\ &P(Z \leq 0,67) - P(Z \leq -0,67) = P(Z \leq 0,67) - (1 - P(Z \leq 0,67)) = 2P(Z \leq \\ &0,67) - 1 = 2 \cdot 0,7486 - 1 = 0,4972 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(X \geq a) = 0,05 &\implies P\left(Z \geq \frac{a-175}{7,41}\right) = 1 - P\left(Z \geq \frac{a-175}{7,41}\right) \implies P\left(Z \leq \frac{a-175}{7,41}\right) = \\ &0,95 \implies \frac{a-175}{7,41} = 1,645 \implies a = 187,19 \text{ cm.} \end{aligned}$$