Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CN)
Abril 2024

Problema 1 (2 puntos) El contenido total en sulfitos (medido en mg/l) del vino que se produce en una bodega, sigue una distribución normal de media 150 mg/l y desviación típica 30 mg/l. La bodega se compromete a vender solamente vinos con un contenido total en sulfitos inferior a 200 mg/l, por lo que se desechan para la venta aquellos que superen esta cantidad. Se pide,

a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que un vino producido en la bodega se deseche por la elevada cantidad total de sulfitos?

b) (1 punto) ¿Qué porcentaje de los vinos producidos en esta bodega tienen un contenido total en sulfitos entre 110 y 150 mg/l?

Solución:

$$N(150; 30)$$

a) $P(X \geq 200) = P\left(Z \geq \dfrac{200-150}{30}\right) = P(Z \geq 1,67) = 1 - P(Z \leq 1,67) =$
$1 - 0,9525 = 0,0475$

b) $P(110 \leq X \leq 150) = P\left(\dfrac{110-150}{30} \leq Z \leq \dfrac{150-150}{30}\right) =$
$P(-1,33 \leq Z \leq 0) = P(Z \leq 0) - P(Z \leq -1,33) =$
$0,5 - (1 - P(Z \leq 1,33) = 0,5 - 1 + 0,9082 = 0,4082 \Longrightarrow 40,82\,\%$

Problema 2 (2 puntos) De los turistas que llegaron a España el mes pasado, el 35 % visitaron Aragón. Si seleccionamos al azar y de manera independiente 7 turistas que llegaron a España el mes pasado

a) (1 punto) Razona, sin hacer uso de la calculadora: ¿Qué es más probable, que 2 de estos turistas visitaran Aragón, o que sean 5 los que visitaron nuestra Comunidad Autónoma?

b) (1 punto) Calcula la probabilidad de que alguno de los 7 turistas haya visitado Aragón.

Solución:

$$B(7; 0,35)$$

a) $P(X = 2) = \dbinom{7}{2} \cdot 0,35^2 \cdot 0,65^5$

$P(X = 5) = \dbinom{7}{5} \cdot 0,35^5 \cdot 0,65^2$

$\binom{7}{2} = \frac{7!}{2!5!} = \frac{7 \cdot 6}{2} = 21$

$\binom{7}{5} = \frac{7!}{5!2!} = \frac{7 \cdot 6}{2} = 21$

$0,35^2 \cdot 0,65^5 > 0,35^5 \cdot 0,65^2 \Longrightarrow P(X=2) > P(X=5)$

b) $P(X > 0) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{7}{0} \cdot 0,35^0 \cdot 0,65^7 = 1 - 0,049 = 0,951$

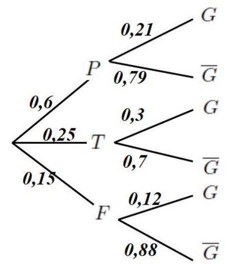
Problema 3 (2 puntos) En el club deportivo Ares, se juegan tres modalidades de raqueta: pádel, tenis y frontón-tenis. Cada socio del club sólo puede apuntarse a una única modalidad. El 60 % se apuntó a pádel, el 25 % a tenis y el 15 % a frontón-tenis. En los campeonatos anuales entre clubes deportivos, participaron todos los socios del club Ares, de los cuales han conseguido medalla el 21 % de los jugadores de pádel, el 30 % de los jugadores de tenis y el 12 % de los jugadores de frontón-tenis.

a) (1 punto) Calcula la probabilidad de que un jugador de raqueta del club, seleccionado al azar, haya obtenido una medalla.

b) (1 punto) Calcula la probabilidad de que un jugador con medalla, seleccionado al azar, sea jugador de la modalidad tenis.

Solución:

Sean P juegan al pádel, T juegan al tenis, F juegan al frontón-tenis, G ganan una medalla y $\overline{G}$ no ganan medalla.



a) $P(G) = P(G|P)P(P) + P(G|T)P(T) + P(G|F)P(F) =$
$0,21 \cdot 0,6 + 0,3 \cdot 0,25 + 0,12 \cdot 0,15 = 0,219$

b) $P(T|G) = \frac{P(G|T)P(T)}{P(G)} = \frac{0,3 \cdot 0,25}{0,219} = 0,3425$

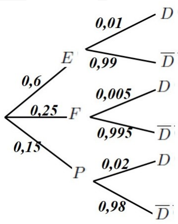
Problema 4 (2 puntos) Una compañía tiene tres centrales en Europa en la que se fabrica el mismo producto. El 60 % de las unidades de dicho producto se fabrica en España, el 25 % en Francia y el resto en Portugal. Se observa que de las unidades fabricadas tienen algún defecto el 1 % de los fabricados en España, el 0,5 % de los fabricados en Francia y el 2 % de los fabricados en Portugal. El departamento de control de calidad central toma una de las unidades fabricadas al azar.

a) (1 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que la unidad seleccionada tenga algún defecto?

b) (1 puntos) Si la unidad seleccionada es defectuosa ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricada en Portugal?

Solución:

Sean E fabricado en España, F fabricado en Francia, P fabricado en Portugal, D presenta algún defecto y $\overline{D}$ sin defectos



a)
$$P(D) =$$
$$P(D|E)P(E) + P(D|F)P(F) + P(D|P)P(P) =$$
$$0,01 \cdot 0,6 + 0,005 \cdot 0,25 + 0,02 \cdot 0,15 = 0,01025$$

b) $P(P|D) = \dfrac{P(D|P)P(P)}{P(D)} = \dfrac{0,02 \cdot 0,15}{0,01025} = 0,2927$

Problema 5 (2 puntos) En un examen de acceso a Médico Interno Residente se realiza un test y se supera la prueba si se obtiene al menos 75 puntos. Suponiendo que las puntuaciones de los candidatos sigue una distribución normal de media 70 y desviación típica 10, calcule:

a) (1 puntos) La probabilidad de que la calificación de una persona esté en el intervalo $[75, 85]$.

b) (1 puntos) Tras resolver las reclamaciones realizadas por los candidatos se observa que la desviación típica se mantiene, pero la probabilidad de obtener más de 90 puntos es 0,05. Decide si la media de calificaciones ha aumentado, ha disminuido o se ha mantenido.

Algunos valores de la función de distribución $N(0,1)$ son: $F(x) = P(Z \le x)$, $F(0) = 0,5$, $F(0,5) = 0,6915$, $F(0,95) = 0,8289$, $F(1,5) = 0,9332$, $F(1,645) = 0,95$, $F(1,8) = 0,9641$.

Solución:

$$N(70; 10)$$

a) $P(75 \le X \le 85) = P\left(\dfrac{75-70}{10} \le Z \le \dfrac{85-70}{10}\right) = P(0,5 \le Z \le 1,5) =$
$P(Z \le 1,5) - P(Z \le 0,5) = 0,9332 - 0,6915 = 0,2417$

b) Ahora tenemos $N(\mu; 10)$ y $P(X \ge 90) = 0,05 \Longrightarrow P\left(Z \ge \dfrac{90-\mu}{10}\right) = 0,05 \Longrightarrow$
$P\left(Z \le \dfrac{90-\mu}{10}\right) = 1 - 0,05 = 0,95 \Longrightarrow \dfrac{90-\mu}{10} = 1,645 \Longrightarrow \mu = 73,55$
La media ha aumentado $73,55 - 70 = 3,55$ puntos.