

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CN)
Noviembre 2023

Problema 1 (2,5 puntos) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$

a) (1,25 puntos) Calcula todas las matrices $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ tales que $A \cdot X = 2X$.

b) (1,25 puntos) Calcula todas las matrices M que cumplan $M(B + I) = 2I$. (I es la matriz identidad 2×2)

Problema 2 (2,5 puntos) Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Se pide:

a) (0,75 puntos) Calcula, en caso de que sea posible, las dimensiones de una matriz D tal que se pueda realizar el producto $A \cdot D \cdot B$.

b) (0,5 puntos) Estudia si puede existir una matriz M tal que $M \cdot A = B$.

c) (1,25 puntos) Estudia si existe $(B \cdot A)^{-1}$ y calcúlala en caso de que sea posible.

Problema 3 (2,5 puntos) Sean $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ y la matriz identidad de orden dos $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) (0,5 puntos) Compruebe que $(A - 2I)^2 = 3I$.

b) (1,25 puntos) Utilizando la igualdad del apartado anterior, encuentre la matriz inversa de la matriz A en función de las matrices A e I , y compruebe que coincide con la matriz B .

c) (0,75 punto) Calcule la matriz X que satisface la igualdad $AX = B$.

Problema 4 (2,5 puntos) Discuta, según los valores del parámetro m , el sistema:

$$\begin{cases} (m+1)x + z = 1 \\ (m+1)x + y + z = m+1 \\ (m+1)x + my + (m-1)z = m \end{cases}$$