

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CN)
Noviembre 2023

Problema 1 (2,5 puntos) Dada la siguiente matriz: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & m \\ 2 & m & m+2 \\ m-1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

- a) (1,25 punto) Discute el rango de la matriz A según los valores de $m \in \mathbb{R}$.
- b) (1,25 punto) Calcula la inversa de la matriz A para el valor $m = 1$.

Problema 2 (2,5 puntos) Sea el sistema de ecuaciones lineales siguiente, que depende del parámetro real λ :

$$\begin{cases} x + 2\lambda y + (2 + \lambda)z = 0 \\ (2 + \lambda)x + y + 2\lambda z = 3 \\ 2\lambda x + (2 + \lambda)y + z = -3 \end{cases}$$

- a) (1,25 puntos) Discute el sistema para los diferentes valores del parámetro λ .
- b) (1,25 puntos) Para el caso $\lambda = -1$, resuelve el sistema, interprétalo geométricamente e identifica su solución.

Problema 3 (2,5 puntos) Considere las dos matrices siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) (1,5 puntos) Calcule las matrices $A \cdot B$ y $B \cdot A$.
- b) (1 punto) Sean C y D dos matrices cuadradas del mismo orden que satisfacen $C \cdot D = C$ y $D \cdot C = D$. Compruebe que las dos matrices son idempotentes.
Nota: Una matriz cuadrada se denomina “*idempotente*” si coincide con su cuadrado.

Problema 4 (2,5 puntos) Considere el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} 2x + y = 1 + z \\ my + z = 2 - x \\ mz + 3 = 3x + y \end{cases}$,
donde m es un número real.

- a) (1,25 puntos) Discute el sistema según los valores del parámetro m .
- b) (1,25 puntos) Resuelve el sistema, si tiene solución, para el caso $m = 1$.