

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CN)
Noviembre 2023

Problema 1 (2 puntos) Sean las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = AB^T - 2I$$

donde B^T es la matriz traspuesta de B , e I es la matriz identidad de orden 3.

- a) (1 punto) Estudia si la matriz D tiene inversa y, en caso afirmativo, calcúlala.
- b) (1 punto) Resuelve la ecuación matricial $CX = A^T B$, donde A^T es la matriz traspuesta de A .

Problema 2 (2 puntos) Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \\ 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) (1 punto) Calcula la matriz A^n para $n \in \mathbb{N}$
- b) (1 punto) Resuelve la ecuación $(A + 2I)X = B$, donde I es la matriz identidad de orden 2.

Problema 3 (2 puntos) Una ONG aragonesa de reciente creación tiene tres sedes, una en Huesca, otra en Zaragoza y otra en Teruel. El número total de voluntarios es de 31. Para que Huesca y Zaragoza tuvieran el mismo número de voluntarios tendrían que trasladarse 3 de Huesca a Zaragoza. Además, el número de los voluntarios de la sede de Huesca excede en 1 a la suma de los voluntarios de las otras dos sedes. ¿Cuántos voluntarios hay en cada una de las tres sedes?

Problema 4 (2 puntos) Sea $a \in \mathbb{R}$ y $P = \begin{pmatrix} 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

- a) (0,5 puntos) Calcula el determinante y el rango de P para cada valor de a .
- b) (1 punto) Para $a = 1$ ¿existe P^{-1} ? En caso afirmativo calcúlala.
- c) (0,5 puntos) Para $a = 1$, calcula $\det(M)$ sabiendo que $PM = M^2$.

Problema 5 (2 puntos) Considere el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = -1 \\ x - y + z = a \\ -x + y - 2z = -3 \end{cases}$$

dato en función del parámetro $a \in \mathbb{R}$.

- a) (1,25 puntos) Determine para qué valores de a el sistema es incompatible.
- b) (1,25 puntos) Dado $a = 4$, resuelva el sistema anterior si es posible.