

**Examen de Matemáticas Aplicadas a las
CC. Sociales II (Extraordinaria-Coincidente 2023)
Selectividad-Opción A
Tiempo: 90 minutos**

Problema 1 (2 puntos) Se consideran las matrices A y B dadas por

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Determine la matriz X tal que, $A \cdot X = B$.
- b) Calcule $B \cdot B^t \cdot A^{-1}$, donde B^t denota la matriz transpuesta de B y A^{-1} la matriz inversa de A .

Problema 2 (2 puntos) Una familia acaba de comprar una parcela y desea construir en ella una piscina rectangular. Tiene que decidir el largo y el ancho de la piscina sabiendo que el largo no puede ser más de 2 veces el ancho, y que 3 veces el ancho no puede sobrepasar a 2 veces el largo. Además, el perímetro debe tener 30 metros como máximo y quieren que la piscina tenga al menos 4 metros de ancho. ¿Qué dimensiones deben elegir si quieren una piscina lo más larga posible?

Problema 3 (2 puntos) Dada la siguiente función real de variable real

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 e^{x-3} & \text{si } x \leq 3 \\ \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 3x} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

- a) Obtenga el valor del parámetro real a para que la función sea continua en $x = 3$.
- b) Para $a = 1$, determine los máximos y mínimos relativos de $f(x)$ en el intervalo $(-\infty, 1)$.

Problema 4 (2 puntos) Sean dos sucesos A y B tales que $P(A) = 0,57$, $P(B) = 0,46$ y $P(A \cap B) = 0,28$. Calcule las siguientes probabilidades:

- a) $P(A \cup B)$.
- b) $P(B|\bar{A})$ siendo \bar{A} el suceso complementario de A .

Problema 5 (2 puntos) La longitud en metros de un coche se puede aproximar por una variable aleatoria normal de media μ y desviación típica $\sigma = 0,2$ metros.

- a) Determine el tamaño mínimo que debe tener una muestra aleatoria simple para que el error máximo cometido en la estimación de μ sea menor de 4 centímetros con un nivel de confianza del 95 %.
- b) Suponga que $\mu = 4$ metros. Calcule la probabilidad de que al tomar una muestra aleatoria simple de tamaño $n = 36$ coches, la longitud media, \bar{X} , sea mayor de 4,04 metros.

**Examen de Matemáticas Aplicadas a las
CC. Sociales II (Extraordinaria-Coincidente 2023)
Selectividad-Opción B
Tiempo: 90 minutos**

Problema 1 (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parametro $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} 2ax + y + 2z = 2 \\ x - az = 0 \\ 3x - y - z = 2a \end{cases}$$

- a) Discuta el sistema para los diferentes valores de a .
- b) Resuelva el sistema de ecuaciones para $a = 1$.

Problema 2 (2 puntos) Se considera la siguiente función real de variable real dependiente de un parámetro real a :

$$f(x) = -x^3 + 4ax^2 - 17x + 5a$$

- a) Calcule el valor de a para que la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 1$ sea la misma que la pendiente de la recta $g(x) = \sqrt{3} - 4x$.
- b) Para $a = 0$, obtenga el área de la región acotada del plano delimitada por la gráfica de la función $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = 0$ y $x = 2$.

Problema 3 (2 puntos) Se considera la siguiente función real de variable real:

$$f(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{x}$$

- a) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.
- b) Determine las asíntotas de la función.

Problema 4 (2 puntos) Un restaurante de comida rápida sirve el 40% de los menús para consumir en el local, el 35% es transportado por motoristas a domicilio (delivery) y el resto de menús son recogidos por los clientes en el local (take-away). El restaurante tiene un menú vegetariano que es consumido por el 8% de los clientes en el local, el 5% de los pedidos a domicilio y el 12% de los recogidos en el local por los propios clientes. Eligiendo un menú al azar, calcule la probabilidad de que:

- a) Sea vegetariano.
- b) Haya sido llevado a domicilio por un motorista, sabiendo que es vegetariano.

Problema 5 (2 puntos) La vida media de una persona medida en semanas se puede aproximar por una variable aleatoria normal de media μ y desviación típica $\sigma = 300$ semanas.

- a) Se toma una muestra aleatoria simple de 20 personas ya fallecidas, obteniéndose una media muestral de 4020 semanas. Determine un intervalo de confianza al 99% para μ .
- b) ¿Qué tamaño de muestra sería necesario para que la longitud del intervalo anterior no sobrepase las 100 semanas?