Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)
Diciembre 2022

Problema 1 Sea S la región del plano definida por:

$$x + y \geq 3, \quad 2x + y \leq 8, \quad x + 2y \leq 10, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

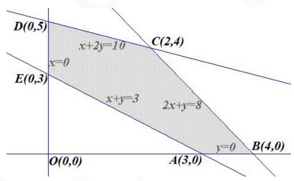
a) Represente gráficamente la región S y calcule las coordenadas de sus vértices.

b) Obtenga el valor máximo de la función $f(x, y) = 2x + 3y$ en S, indicando el punto de la región en el cual se alcanza el máximo y el valor máximo alcanzado.

Solución:

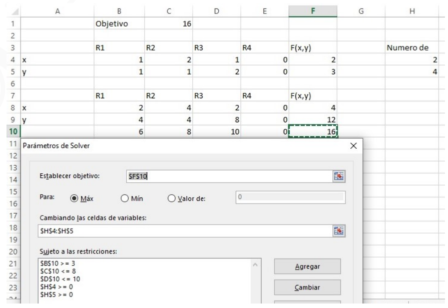
a) La región factible S es:

$$\begin{cases} x + y \geq 3 \\ 2x + y \leq 8 \\ x + 2y \leq 10 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$



Los vértices a estudiar serán: $A(3, 0)$, $B(4, 0)$, $C(2, 4)$, $D(0, 5)$ y $E(0, 3)$

Solución por solver



b) La función objetivo es $f(x, y) = 2x + 3y \Longrightarrow$

$$\begin{cases} f(3, 0) = 6 \\ f(4, 0) = 8 \\ f(2, 4) = 16 \\ f(0, 5) = 15 \\ f(0, 3) = 9 \end{cases}$$

El máximo se encuentra en el punto $C(2, 4)$ con un valor de 16.

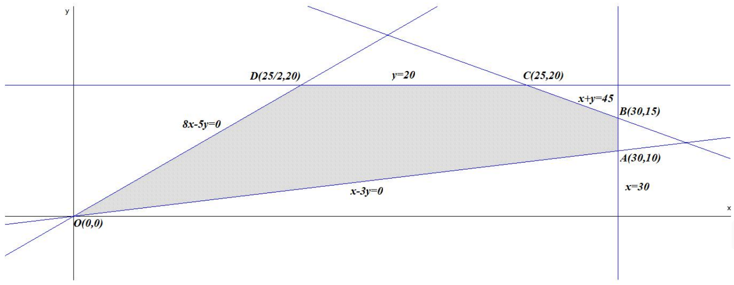
Problema 2 El dueño de una empresa que organiza fiestas infantiles quiere hacer chocolate con leche y dispone para la mezcla de 30 litros de leche y 20 litros de chocolate líquido. Por cada litro de chocolate debe echar como máximo 3 litros de leche, y por cada litro de leche debe echar como máximo 1,6 litros de chocolate. Además, solo dispone de botellas para envasar 45 litros de chocolate con leche. Por cada litro de leche de la mezcla puede obtener un beneficio de 1€ y por cada litro de chocolate un beneficio de 2€. Determine cuántos litros de leche y de chocolate líquido debe mezclar para obtener el máximo beneficio y calcule el beneficio que se obtiene.

Solución:

Sean x la cantidad en litros de leche en la mezcla e y la cantidad en litros de chocolate en la mezcla.

$f(x,y) = x + 2y$ sujeto a

$$S : \begin{cases} x \leq 3y \\ y \leq 1,6x \\ x + y \leq 45 \\ 0 \leq x \leq 30 \\ 0 \leq y \leq 20 \end{cases} \Longrightarrow S : \begin{cases} x - 3y \leq 0 \\ 1,6x - y \geq 0 \\ x + y \leq 45 \\ 0 \leq x \leq 30 \\ 0 \leq y \leq 20 \end{cases} \Longrightarrow S : \begin{cases} x - 3y \leq 0 \\ 8x - 5y \geq 0 \\ x + y \leq 45 \\ 0 \leq x \leq 30 \\ 0 \leq y \leq 20 \end{cases}$$

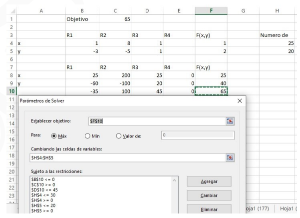


Los vértices a estudiar serán: $O(0,0)$, $A(30,10)$, $B(30,15)$, $C(25,20)$ y $D\left(\frac{25}{2},20\right)$.

$$f(x,y) = x+2y \text{ en } S: \begin{cases} f(0,0) = 0 \\ f(30,10) = 50 \\ f(30,15) = 60 \\ f(25,20) = 65 \\ f\left(\frac{25}{2},20\right) = 52,5 \end{cases} \Longrightarrow$$

El beneficio máximo será de 65€ y se alcanza mezclando 25 litros de leche y 20 litros chocolate.

Solución por solver



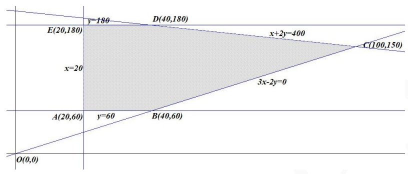
Problema 3 Un almacén de legumbres al por mayor tiene sacos de dos tipos, con capacidad para 5 kg de peso y con capacidad para 10 kg de peso. Sólo tiene 180 sacos de capacidad 10 kg. Debe poner a la venta como mucho 2000 kg de alubias en sacos de ambos tipos. Por cada 3 sacos de 10 kg puede vender como mucho 2 sacos de 5 kg, y como mínimo tiene que poner a la venta 20 sacos de 5 kg y 60 de 10 kg. Por cada saco de 10 kg obtiene un beneficio de 5 € y por cada saco de 5 kg obtiene un beneficio de 2 €. Determine cuántos sacos de cada tipo debe vender para obtener el máximo beneficio y calcule el beneficio que se obtiene.

Solución:

Sean x el número de sacos de 5 kg e y el número sacos de 10 kg.

La función objetivo es $f(x,y) = 2x + 5y$ sujeta a las restricciones (región factible):

$$S:\begin{cases} y\leq 180\\ 5x+10y\leq 2000\\ 2y\geq 3x\\ x\geq 20\\ y\geq 60\end{cases} \Longrightarrow$$

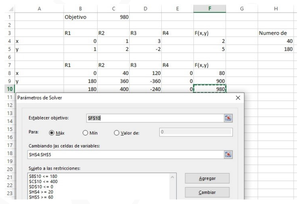


$$S:\begin{cases} y\leq 180\\ x+2y\leq 400\\ 3x-2y\leq 0\\ x\geq 20\\ y\geq 60\end{cases}$$

Los vértices a estudiar serán: $A(20,60)$, $B(40,60)$, $C(100,150)$, $D(40,180)$ y $E(20,180)$

$$f(x,y)=2x+5y \text{ en } S\text{:}\begin{cases} f(20,60)=340\\ f(40,60)=380\\ f(100,150)=950\\ f(40,180)=980\\ f(20,180)=940\end{cases}$$

Solución por solver



El beneficio máximo será de 980 € y se alcanza con la venta de 40 sacos de 5 kg y 180 de 10 kg.