

## Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

Febrero 2023

---

---

**Problema 1** Se considera la función  $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$

- Estudie su monotonía y calcule sus extremos.
- Represente gráficamente la función.
- Calcule  $\int f(x) dx$ .
- Calcule el área del recinto acotado limitado por la gráfica de  $f$  y el eje de abscisas.

**Problema 2** Se pide:

- Calcule la derivada de las siguientes funciones:

$$f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right); \quad g(x) = x^3 e^{2x^2}$$

- Represente gráficamente la parábola  $h(x) = x^2 + x + 1$ , indicando el vértice y los puntos de corte con los ejes coordenados.
- Calcule el área del recinto limitado por la gráfica de  $h(x) = x^2 + x + 1$ , el eje de abscisas y las rectas  $x = -\frac{1}{2}$  y  $x = 0$ .

**Problema 3** Un grupo de jóvenes emprendedores valoran abrir una empresa y, para ello, han encargado un estudio de mercado en el que estimaron que los beneficios para los próximos años, en cientos de miles de euros, vendrán dados por la función:

$$B(t) = \frac{2t - 6}{t + 4}$$

donde  $t$  representa los años transcurridos desde la apertura. Los emprendedores quieren saber:

- ¿En qué intervalo la empresa tendrá pérdidas?
- En qué momento  $t \in [3, 10]$  se alcanza el máximo beneficio y a cuántos euros asciende su valor. Justifica la respuesta.
- ¿Cuánto tiempo tiene que pasar para obtener un beneficio de 150.000€?
- En un horizonte infinito de tiempo, ¿existe límite para el beneficio? En caso afirmativo, ¿cuál es ese límite?

**Problema 4** Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{1-x} & \text{si } x \leq 0 \\ bx^2 + 2x + c & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

donde  $a, b, c$  son parámetros reales. Se pide:

- a) Determina los valores de los parámetros para que  $f(x)$  sea continua en  $x = 0$ , la función tenga un extremo relativo en  $x = 1$  y  $f'(-1) = -1$ . Caracteriza si el extremo es máximo o mínimo.
- b) Calcula, para los valores  $a = 1, b = -2, c = 3$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- c) Calcula, para los valores  $a = 1, b = -2, c = 3$ ;  $\int_1^2 f(x) dx$ .