Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

Noviembre 2022

Problema 1 (2,5 puntos) Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & a & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$.

- a) Halle los valores del parámetro a para que la matriz A tenga inversa.
- b) Para $a = 2$, calcule la matriz inversa de A .
- c) Para $a = 2$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot A + I_3 = B^t \cdot C$

Problema 2 (2,5 puntos) La dueña de una cafetería ha comprado café y leche por un importe total de 2500 euros. Si vende todos estos productos, ganando un 80% con el café y un $m\%$ con la leche, obtiene por ellos un importe total de $2900 + 20m$ euros.

- a) Plantea un sistema de ecuaciones (en función de m) donde las incógnitas x e y sean el coste de compra del café y la leche.
- b) ¿Para qué valores de m el sistema anterior tiene solución? En caso de existir solución, ¿es siempre única? ¿Cuánto costó el café si el beneficio de venta de la leche es del 20%?

Problema 3 (2,5 puntos) Se pide:

- a) Dadas dos matrices cuadradas A y B , razona si se obtendría el mismo resultado en la resolución de las ecuaciones $AX = B$ y $B = XA$? ¿De qué propiedad estamos hablando?
- b) Si la dimensión de la matriz M es $3 \times m$, la dimensión de la matriz N es 2×5 y P es una matriz cuadrada de orden p . ¿Qué valores han de tomar m y p para que se pueda realizar el producto $M \cdot N \cdot P$? ¿Qué dimensión tendría la matriz resultante?
- c) Para las matrices $C = \begin{pmatrix} -4 & 11 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ y $E = \begin{pmatrix} 9 & -3 \\ -9 & 3 \end{pmatrix}$ resuelve la ecuación $XC - D^2 = \frac{1}{3}E^T$

Problema 4 (2,5 puntos) Sea A la matriz siguiente: $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & x & -1 \\ x & -2 & 1 \end{pmatrix}$

Se pide, justificando las respuestas:

- a) Determinar para qué valores de x existe la inversa de A .
- b) Calcular la inversa de A para $x = 0$.