

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

Diciembre 2022

Problema 1 Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} 2ax + z = 1 \\ ax - y + z = 0 \\ ay + z = a + 1 \end{cases}$$

- a) Discuta la compatibilidad del sistema para diferentes valores de a .
b) Resuelva el sistema para $a = 0$.

Solución:

a)

$$\overline{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 2a & 0 & 1 & 1 \\ a & -1 & 1 & 0 \\ 0 & a & 1 & a+1 \end{array} \right) \quad |A| = -a(a+2) = 0 \implies \\ a = 0, \quad a = -2$$

Si $a \neq 0$ y $a \neq -2 \implies \text{Rango}(A) = 3 = \text{Rango}(\overline{A}) = \text{n}^\circ$ de incógnitas y sería un sistema compatible determinado.

Si $a = 0$:

$$\overline{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) = [F_1 = F_3] \implies \text{Sistema Compatible Indeterminado}$$

Si $a = -2$:

$$\overline{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} -4 & 0 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \end{array} \right) = \begin{bmatrix} F_1 \\ 2F_2 - F_1 \\ F_3 \end{bmatrix} = \left(\begin{array}{ccc|c} -4 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \end{array} \right) =$$

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 - F_2 \end{bmatrix} = \left(\begin{array}{ccc|c} -4 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \implies \text{Sistema Compatible Indeterminado}$$

b) Si $a = 0$:

$$\begin{cases} z = 1 \\ -y + z = 0 \\ z = 1 \end{cases} \implies \begin{cases} x = \lambda \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

Problema 2 Con el objetivo de maximizar beneficios, un obrador cántabro amplía su producción diaria máxima hasta las 400 tartas de queso y 900 quesadas, con las que elabora dos tipos de pack, A y B . El pack A contiene 4 tartas de queso y 12 quesadas, y le confiere al obrador un beneficio neto de 44€. El pack B contiene 2 tartas de queso y 3 quesadas, y le confiere al obrador un beneficio neto de 16€.

- Plantee la función objetivo y el conjunto de restricciones que describen el problema.
- Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.
- ¿Cuántos packs de cada tipo debe producir el obrador en un día para que el beneficio obtenido sea máximo?
- ¿A cuánto asciende dicho beneficio?

Solución:

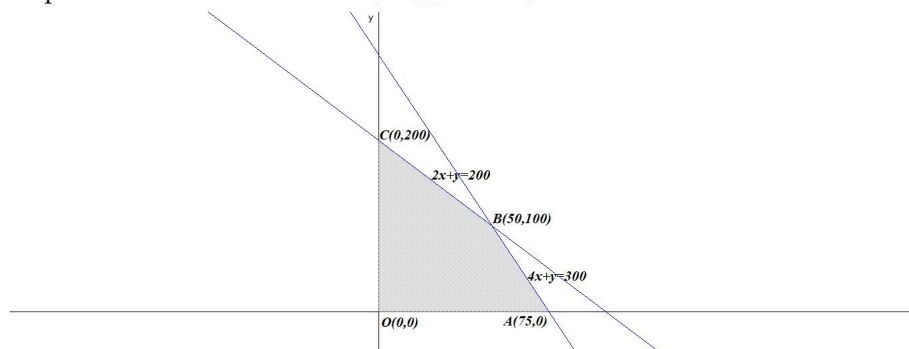
Sea x el nº de pack A e y el nº de pack B .

	tartas	quesadas	beneficio
A	4	12	44
B	2	3	16
	≤ 400	≤ 900	

- a) $f(x, y) = 44x + 16y$ sujeto a

$$\begin{cases} 4x + 2y \leq 400 \\ 12x + 3y \leq 900 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \implies \begin{cases} 2x + y \leq 200 \\ 4x + y \leq 300 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

- b) Representación:



Los vértices a estudiar serán:

$$O(0,0), \quad A(75,0), \quad B(50,100) \text{ y } C(0,200)$$

c) Sustituyendo en la función objetivo $f(x, y) = 44x + 16y$:

Solución por solver :

$$\begin{cases} f(0, 0) = 0 \\ f(75, 0) = 3300 \\ f(50, 100) = 3800 \\ f(0, 200) = 3200 \end{cases} \Rightarrow$$

debe de producir 50 pack A y 100 pack B para obtener el máximo beneficio.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		Objetivo	3800					
3		tartas	quesadas	R3	R4	F(x,y)		Numero de
4	pack A	4	12	0	0	44		50
5	pack B	2	3	0	0	16		100
6								
7		tartas	quesadas	R3	R4	F(x,y)		
8	pack A	200	600	0	0	2200		
9	pack B	200	300	0	0	1600		
10		400	900	0	0	3800		

Establecer objetivo:	\$F\$10
Para:	☒ Máx ☐ Mín ☐ Valor de: 0
Cambiando las celdas de variables:	\$H\$4:\$H\$5
Sujeto a las restricciones:	
\$H\$10 <= 400	
\$I\$10 <= 900	
\$H\$4 >= 0	
\$H\$5 >= 0	
[Resolver] [Cambiar]	

d) El beneficio máximo es de 3800€.