

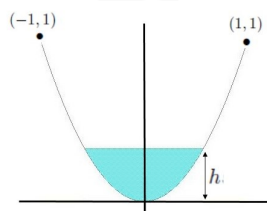
Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CN)

Abril 2023

Problema 1 Se tiene un abrevadero de longitud 6 m y de altura 1 m. Su sección es la descrita en la figura formada por la función $y = x^2$. Por h indicamos la altura del nivel del líquido.

- a) Comprueba que el área de la región S , sombreada en la figura, en función de h se puede expresar como $S(h) = \frac{4h\sqrt{h}}{3}$.

- b) Determina la altura h donde se alcanza la mitad del volumen total del abrevadero. (Nota: Volumen = $S \times$ longitud).



Problema 2 Sea la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.

- Halla los puntos de corte de la función con el eje de abscisas y, si existen, los máximos y mínimos relativos y los puntos de inflexión.
- Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento, concavidad y convexidad. Esboza una gráfica de la función.
- Calcula la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 2$.

Problema 3 Sea la función $f(x) = 4 - x^2$

- Su gráfica determina con el eje de abscisas un recinto limitado D . Calcula su área.
- La gráfica de la función $g(x) = 3x^2$ divide D en tres partes D_1 , D_2 y D_3 . Haz un dibujo de los tres.
- Calcula el área del recinto D_2 que contiene el punto $P(0, 1)$.

Problema 4 Dada la función $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x-2} & \text{si } x < 2 \\ \cos(\pi x) & \text{si } 2 \leq x \leq 3 \\ \frac{\ln(x-2)}{3-x} & \text{si } x > 3 \end{cases}$

- Determina razonadamente los puntos en los que la función es continua, calcula los puntos en los que es discontinua y clasifica el tipo de discontinuidad, si los hubiera.
- Calcula razonadamente el siguiente límite: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^{-x}}{1 + 2x - \cos x^2}$