

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

Diciembre 2021

Problema 1 (2 puntos) Considere la región del plano S definida por

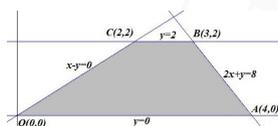
$$x - y \geq 0, \quad y + 2x \leq 8, \quad 0 \leq y \leq 2$$

- Represente la región S y calcule las coordenadas de sus vértices.
- Obtenga el valor máximo y el valor mínimo de la función $f(x, y) = 4x - y$ en la región S , indicando los puntos en los cuales se alcanzan dichos valores.

Solución:

a) La región factible:

$$\begin{cases} x - y \geq 0 \\ y + 2x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases} \implies \begin{cases} x - y \geq 0 \\ 2x + y \leq 8 \\ y \geq 0 \\ y \leq 2 \end{cases}$$



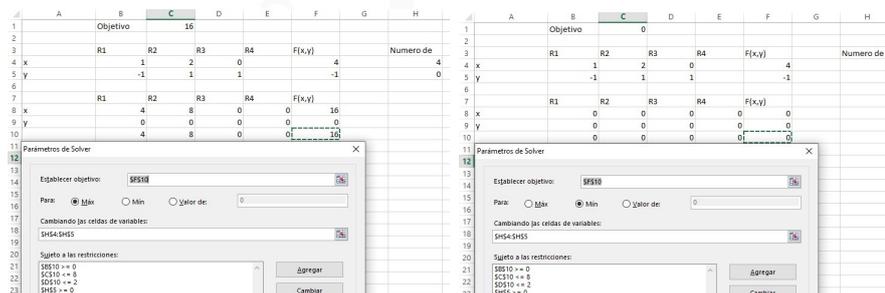
Los vértices a estudiar serán:
 $O(0,0)$, $A(4,0)$, $B(3,2)$ y $C(2,2)$

b) $f(x, y) = 4x - y$ en S :

$$\begin{cases} f(0,0) = 0 \\ f(4,0) = 16 \\ f(3,2) = 10 \\ f(2,2) = 6 \end{cases} \implies \text{El valor máximo será de 16 y se alcanza en el punto } A(4,0)$$

y el valor mínimo será de 0 y se alcanza en el punto $O(0,0)$.

Solución por solver :



Problema 2 La región del plano S está definida por las siguientes expresiones:

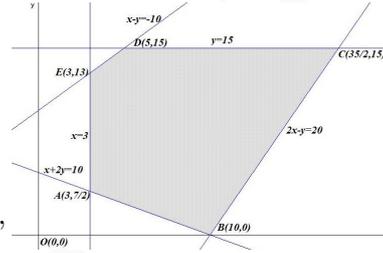
$$x \geq 3, \quad 0 \leq y \leq 15, \quad y - 5 + \frac{x}{2} \geq 0, \quad y - x \leq 10, \quad y + 20 \geq 2x$$

- a) Determine las coordenadas de sus vértices y represente en el plano la región S .
- b) Obtenga el valor máximo y el valor mínimo de la función $f(x, y) = x + y$ en esta región, indicando los puntos en los cuales se alcanzan estos valores.

Solución:

a) La región factible S es:

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ 0 \leq y \leq 15 \\ y - 5 + \frac{x}{2} \geq 0 \\ y - x \leq 10 \\ y + 20 \geq 2x \end{cases} \implies \begin{cases} x \geq 3 \\ 0 \leq y \leq 15 \\ x + 2y \geq 10 \\ x - y \geq -10 \\ 2x - y \leq 20 \end{cases}$$



Los vértices son: $A\left(3, \frac{7}{2}\right)$, $B(10, 0)$, $C\left(\frac{35}{2}, 15\right)$, $D(5, 15)$ y $E(3, 13)$.

b) La función objetivo $f(x, y) = x + y$ sobre los vértices da los siguientes resultados:

$$\begin{cases} f\left(3, \frac{7}{2}\right) = 6,5 \leftarrow \text{Mínimo} \\ f(10, 0) = 10 \\ f\left(\frac{35}{2}, 15\right) = 32,5 \leftarrow \text{Máximo} \\ f(5, 15) = 20 \\ f(3, 13) = 16 \end{cases}$$

El máximo se encuentra en el punto $C\left(\frac{35}{2}, 15\right)$ con un valor de 32,5 y el mínimo en el punto $A\left(3, \frac{7}{2}\right)$ con un valor de 6,5.

Solución por solver :

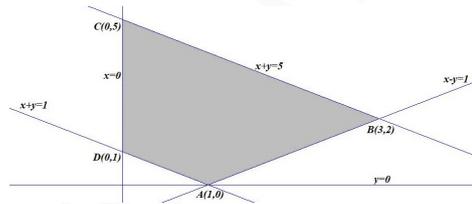
Problema 3 (2 puntos) Un agricultor dispone de 5 hectáreas, como máximo, de terreno para dedicar a la plantación de trigo y cebada. Cada hectárea dedicada al trigo le supone un beneficio de 200 €, mientras que cada hectárea dedicada a la cebada le supone un beneficio de 60 €. Entre ambos cultivos es obligatorio plantar como mínimo una hectárea, y la normativa autonómica le obliga a que el cultivo de trigo ocupe como mucho una hectárea más que el de cebada. Represente la región factible, determine las hectáreas que debería dedicar a cada cultivo para maximizar sus beneficios y obtenga el valor del beneficio máximo.

Solución:

Sea x : nº de Ha de trigo e y : nº de Ha de cebada.

La región factible es:

$$\begin{cases} x + y \leq 5 \\ x + y \geq 1 \\ x - y \leq 1 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$



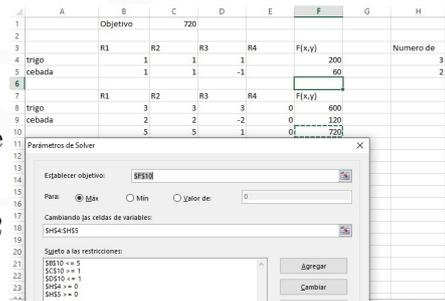
Los vértices a estudiar serán: $A(1,0)$, $B(3,2)$, $C(0,5)$ y $D(0,1)$

La función objetivo es $f(x, y) = 200x + 60y \implies$

$$\begin{cases} f(1,0) = 200 \\ f(3,2) = 720 \\ f(0,5) = 300 \\ f(0,1) = 60 \end{cases} \implies \text{El máximo beneficio será de } 720 \text{ €}$$

que se obtiene plantando 3 Ha de trigo y 2 Ha de cebada.

Solución por solver :



Problema 4 Julián dispone de 10 hectáreas de terreno para cultivar dos variedades de uva: tempranillo y viura. El beneficio que le produce una hectárea de tempranillo es de 2 mil € y la de viura 3 mil €. Dispone de 180 kg de productos fitosanitarios; una hectárea de tempranillo precisa de 10 kg de estos productos y una hectárea de viura 20. Vendimiar una hectárea de tempranillo le cuesta 20 horas y una de viura 10 horas; dispone de un total de 160 horas de trabajo de vendimiadores.

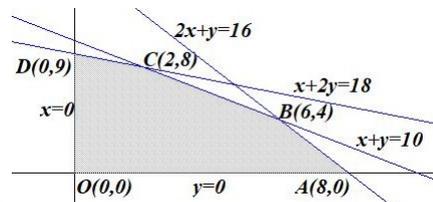
- ¿Cómo puede distribuir Julián el cultivo de sus 10 hectáreas respetando sus restricciones? Dibuja en el plano la región factible que represente los posibles repartos.
- Escribe la función que representa el beneficio que obtiene Julián ¿Con qué distribución obtiene el máximo beneficio? Calcula dicho máximo.

Solución:

Llamamos x : nº de hectáreas de tempranillo e y : nº de hectáreas de viura.

a) La región factible es:

$$\begin{cases} x + y \leq 10 \\ 10x + 20y \leq 180 \\ 20x + 10y \leq 160 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \implies \begin{cases} x + y \leq 10 \\ x + 2y \leq 18 \\ 2x + y \leq 16 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



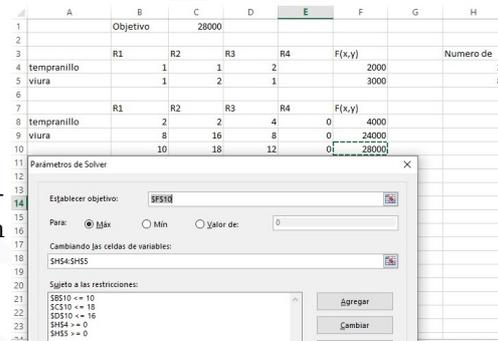
Los vértices son: $O(0,0)$, $A(8,0)$, $B(6,4)$, $C(2,8)$ y $D(0,9)$.

b) $f(x,y) = 2000x + 3000y$

$$\begin{cases} f(0,0) = 0 \\ f(8,0) = 16000 \\ f(6,4) = 24000 \\ f(2,8) = 28000 \text{ Máximo} \\ f(0,9) = 27000 \end{cases}$$

Se deben cultivar 2 hectáreas de tempanillo y 8 hectáreas de viura con un beneficio máximo de 28000 €.

Solución por solver :



Problema 5 Los beneficios de una empresa vienen dados por la función $f(x,y) = x + y + 1$ pero esta sujeta a las siguientes restricciones:

$$4x + y \geq 8; \quad 3x - 2y \leq 12; \quad x + 5y \leq 21; \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

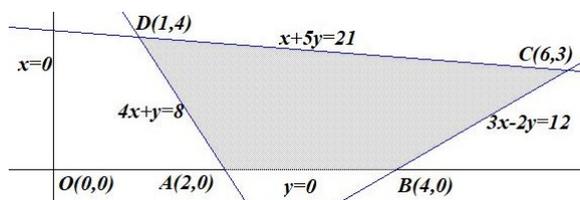
a) Dibuja en el plano la región factible que representa estas restricciones.

b) Para qué valores de x e y obtiene la empresa el beneficio máximo.

Solución:

a) La región factible es:

$$\begin{cases} 4x + y \geq 8 \\ 3x - 2y \leq 12 \\ x + 5y \leq 21 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



Los vértices son: $A(2,0)$, $B(4,0)$, $C(6,3)$ y $D(1,4)$.

b) $f(x, y) = x + y + 1$

$$\begin{cases} f(2, 0) = 3 \\ f(4, 0) = 5 \\ f(6, 3) = 10 \text{ Máximo} \\ f(1, 4) = 6 \end{cases}$$

El beneficio máximo es de 10 y se obtiene para $x = 6$ e $y = 3$.

Solución por solver :

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Objetivo		10				
2		R1	R2	R3	R4	F(x,y)		Numero de
3	x	4	3	1		1		6
4	y	1	-2	5		1		3
5		R1	R2	R3	R4	F(x,y)		
6	x	24	18	6	0	6		
7	y	3	-6	15	0	3		
8		27	12	21	0	10		

The Solver Parameters dialog box is open, showing the following configuration:

- Establecer objetivo: \$F\$5:\$H\$5
- Para: Máx Min Valor de: 0
- Cambiando las celdas de variables: \$B\$5:\$H\$5
- Sujeto a las restricciones:
 - \$B\$5 >= \$B\$6
 - \$C\$5 <= \$C\$6
 - \$D\$5 <= \$D\$6
 - \$H\$5 >= 0