

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

Febrero 2022

Problema 1 Un grupo de jóvenes emprendedores valoran abrir una empresa y, para ello, han encargado un estudio de mercado en el que estimaron que los beneficios para los próximos años, en cientos de miles de euros, vendrán dados por la función:

$$B(t) = \frac{2t - 6}{t + 4}$$

donde t representa los años transcurridos desde la apertura. Los emprendedores quieren saber:

- ¿En qué intervalo la empresa tendrá pérdidas?
- En qué momento $t \in [3, 10]$ se alcanza el máximo beneficio y a cuántos euros asciende su valor. Justifica la respuesta.
- ¿Cuánto tiempo tiene que pasar para obtener un beneficio de 150.000€?
- En un horizonte infinito de tiempo, ¿existe límite para el beneficio? En caso afirmativo, ¿cuál es ese límite?

Problema 2 Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{1-x} & \text{si } x \leq 0 \\ bx^2 + 2x + c & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

donde a, b, c son parámetros reales. Se pide:

- Determina los valores de los parámetros para que $f(x)$ sea continua en $x = 0$, la función tenga un extremo relativo en $x = 1$ y $f'(-1) = -1$. Caracteriza si el extremo es máximo o mínimo.
- Calcula, para los valores $a = 1, b = -2, c = 3$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- Calcula, para los valores $a = 1, b = -2, c = 3$; $\int_1^2 f(x) dx$.

Problema 3 Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x & \text{si } x < 0 \\ x^3 - 6x^2 + 9x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- Estudia si $f(x)$ es continua en $x = 0$, ¿ $f(x)$ es continua en la recta real?

- b) Halla los mínimos y máximos absolutos de $f(x)$ en $x \in [1, 4]$.
- c) Analiza la concavidad (\cap) - convexidad (\cup) de $f(x)$ cuando $x > 0$.
- d) Calcula $\int_1^2 f(x) dx$.

Problema 4 Dada la función:

$$f(x) = \frac{2x^2 - 16}{x + 3}$$

- a) Calcula el dominio y las asíntotas de $f(x)$.
- b) Determina, si existen, los máximos y mínimos relativos de $f(x)$ en su dominio.