

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)
Diciembre 2021

Problema 1 Dado el sistema de ecuaciones en función del parámetro a :

$$\begin{cases} x + y + z = 5 \\ 5x + ay - z = 11 \\ 3x - y + az = 2 \end{cases}$$

- a) Discutir para qué valores de a el sistema tiene solución y cuántas tiene en cada caso.
- b) Resolverlo la solución del sistema para $a = 2$.

Solución:

a) $\bar{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 5 & a & -1 & 11 \\ 3 & -1 & a & 2 \end{array} \right) \implies |A| = a^2 - 8a - 9 = 0 \implies a = -1 \text{ y } a = 9.$

- Si $a \neq -1$ y $a \neq 9 \implies |A| \neq 0 \implies \text{Rango}(A) = 3 = \text{Rango}(\bar{A}) = n^\circ$ de incógnitas y el sistema es compatible determinado. (Solución única)
- Si $a = -1$:

$$\bar{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 5 & -1 & -1 & 11 \\ 3 & -1 & -1 & 2 \end{array} \right) = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 - 5F_1 \\ F_3 - 3F_1 \end{bmatrix} =$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & -6 & -6 & -14 \\ 0 & -4 & -4 & -13 \end{array} \right) = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ 3F_3 - 2F_2 \end{bmatrix} =$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & -6 & -6 & -14 \\ 0 & 0 & 0 & -11 \end{array} \right) \implies$$

Sistema incompatible no tiene solución

- Si $a = 9$:

$$\bar{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 5 & 9 & -1 & 11 \\ 3 & -1 & 9 & 2 \end{array} \right) = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 - 5F_1 \\ F_2 - 3F_1 \end{bmatrix} =$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 4 & -6 & -14 \\ 0 & -4 & 6 & -13 \end{array} \right) = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 + F_2 \end{bmatrix} =$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 4 & -6 & -14 \\ 0 & 0 & 0 & -27 \end{array} \right) \Rightarrow$$

Sistema incompatible no tiene solución

b) Si $a = 2$:

$$\begin{cases} x + y + z = 5 \\ 5x + 2y - z = 11 \\ 3x - y + 2z = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 8/7 \\ y = 64/21 \\ z = 17/21 \end{cases}$$

Problema 2 Una empresa de recambios industriales produce dos tipos de baterías, A y B . Su producción debe ser de al menos 10 baterías en total y el número de baterías de tipo B no puede superar en más de 10 unidades a las fabricadas de tipo A . Cada batería de tipo A tiene unos gastos de producción de 150 euros y cada batería de tipo B de 100 euros, disponiendo de un máximo de 6000 euros a la semana para el coste total de producción.

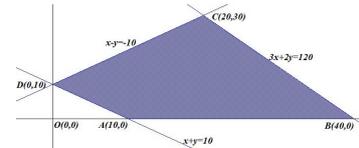
Si la empresa vende todo lo que produce y cada batería de tipo A genera un beneficio de 130 euros y la de tipo B de 140 euros, ¿cuántas baterías de cada tipo tendrán que producir a la semana para que el beneficio sea máximo? ¿Cuál es ese beneficio?

Solución:

Sea x el nº de baterías tipo A e y el nº de baterías tipo B .

$f(x, y) = 130x + 140y$ en el recinto S :

$$\begin{cases} x + y \geq 10 \\ y \leq x + 10 \\ 150x + 100y \leq 6000 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y \geq 10 \\ x - y \geq -10 \\ 3x + 2y \leq 120 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

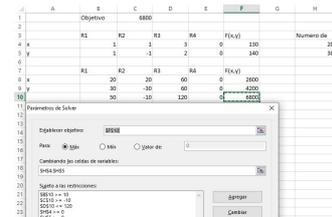


Los vértices a estudiar serán: $A(10, 0)$, $B(40, 0)$, $C(20, 30)$ y $D(0, 10)$.

Solución por solver :

$$f(x, y) = 130x + 140y$$

$$\begin{cases} f(10, 0) = 1300 \\ f(40, 0) = 5200 \\ f(20, 30) = 6800 \\ f(0, 10) = 1400 \end{cases} \Rightarrow$$



El valor máximo será de 6800€ y se alcanza con la producción de 20 baterías del tipo A y 30 del tipo B .