

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CN)

Abril 2022

Problema 1 En un departamento de calidad se analiza el funcionamiento del software del motor de vehículos eléctricos e híbridos. Se revisaron 85 coches eléctricos y 145 coches híbridos. En total, 43 coches tenían errores en el software de sus motores. Además, de los motores con software defectuoso, 12 correspondían a coches eléctricos.

- a) Calcule la probabilidad de que un coche revisado seleccionado al azar, sea híbrido y presente el software de su motor correcto.
- b) Calcule la probabilidad de que un coche híbrido seleccionado al azar tenga defectuoso el software del motor

Solución: Sean E coche eléctrico, H coche híbrido, S errores de software y \bar{S} sin errores de software.

Hacemos una tabla de contingencia:

	S	\bar{S}	Totales
E	12		85
H			145
Totales	43		

 \implies

	S	\bar{S}	Totales
E	12	73	85
H	31	114	145
Totales	43	187	230

a) $P(H \cap \bar{S}) = \frac{114}{230} = \frac{57}{115} = 0,4957$

b) $P(S|H) = \frac{P(H \cap S)}{P(H)} = \frac{31/230}{145/230} = \frac{31}{145} = 0,2138$.

Problema 2 Consideremos dos dados, uno normal con las caras numeradas del 1 al 6 y otro trucado, con 4 caras con el número 5 y 2 caras con el número 6. Se elige al azar uno de los dados y se lanza.

- a) Calcule la probabilidad de sacar 5.
- b) Si el resultado de la tirada es 5, ¿cuál es la probabilidad de haber elegido el dado trucado?

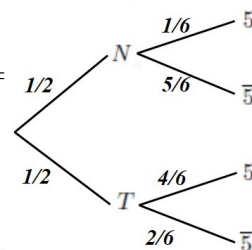
Solución:

Sea N : dado normal y T : el dado trucado.

Tenemos $P(N) = P(T) = \frac{1}{2}$, $P(5|N) = \frac{1}{6}$ y $P(5|T) = \frac{4}{6}$.

$$\text{a) } P(5) = P(5|N)P(N) + P(5|T)P(T) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} + \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{12} = 0,4167$$

$$\text{b) } P(T|5) = \frac{P(5|T)P(T)}{P(5)} = \frac{4/6 \cdot 1/2}{5/12} = \frac{2}{5} = 0,8$$



Problema 3 Al 80% de los alumnos de una clase les gusta el fútbol; al 40% les gusta el baloncesto y al 30% les gustan ambos deportes.

- Si se elige un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que le guste alguno de los dos deportes (uno o los dos)?
- Se eligen 100 alumnos al azar con reemplazamiento, es decir, cada vez que se elige un alumno se le pregunta por sus gustos y se repone a la clase, pudiendo ser elegido nuevamente. Calcule, aproximando la distribución por una normal, la probabilidad de que como mucho a 75 les guste el fútbol.
- Si en el apartado anterior la muestra hubiese sido de 10 alumnos, y no de 100 ¿cuál hubiese sido la probabilidad de que exactamente a 5 les gustase el fútbol?

(Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(x) = P(Z \leq x)$, $x \geq 0$: $F(1,5) = 0,9332$; $F(1,375) = 0,9154$; $F(1,25) = 0,8944$; $F(1,125) = 0,8697$; $F(1) = 0,8413$) **Solución:**

Sean F al suceso "fútbol" y B al suceso "baloncesto" Tenemos $P(F) = 0,8$, $P(B) = 0,4$ y $P(F \cap B) = 0,3$

$$\text{a) } P(F \cup B) = P(F) + P(B) - P(F \cap B) = 0,8 + 0,4 - 0,3 = 0,9$$

b) Tenemos $p = P(F) = 0,8 \implies B(100; 0,8)$, $n > 10$, $np = 80 > 5$ y $nq = 20 > 5$ la podemos aproximar con una normal $N(np, \sqrt{npq}) = N(80, 4)$

$$P(X \leq 75) = P\left(Z \frac{75,5 - 80}{4}\right) = P(Z \leq -1,125) = 1 - P(Z \leq 1,125) = 1 - 0,8697 = 0,1303$$

c) Si $n = 10 \leq 10$, $np = 8 \geq 5$ y $nq = 2 < 5$, luego $B(10; 0,8)$ no se puede aproximar por una normal.

$$P(X = 5) = \binom{10}{5} 0,8^5 0,2^5 = 0,02642$$

Problema 4 Se tiene un suceso con variable aleatoria X que sigue una distribución normal de media $\mu = 10$ y desviación típica $\sigma = 2$. Calcula:

- a) La probabilidad de que $X \in [6, 10]$.
- b) Se hace una revisión de los datos y se observa que la media coincide pero la probabilidad del 80% se alcanza en el valor $X \leq 12$. ¿Cuál es la nueva desviación típica?

Solución:

$$N(10; 2)$$

$$\text{a) } P(6 \leq X \leq 10) = P\left(\frac{6-10}{2} \leq Z \leq \frac{10-10}{2}\right) = P(-2 \leq Z \leq 0) = P(Z \leq 0) - P(Z \leq -2) = P(Z \leq 0) - (1 - P(Z \leq 2)) = 0,5 - (1 - 0,9772) = 0,4772$$

$$\text{b) } P(X \leq 12) = 0,8 \implies P\left(Z \leq \frac{12-10}{\sigma'}\right) = 0,8 \implies \frac{12-10}{\sigma'} = 0,8416 \implies \sigma' = 2,376$$