

**Examen de Matemáticas Aplicadas a las
CC. Sociales II (Extraordinaria 2021)
Selectividad-Opción A**
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (2 puntos) Se consideran las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & -a & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

- a) Calcule los valores del parámetro real a para los cuales la matriz A tiene inversa.
- b) Para $a = 2$, calcule, si existe, la matriz X que satisface $AX = B$.

Problema 2 (2 puntos) Una empresa tecnológica se plantea la producción y lanzamiento de dos nuevos cables de fibra óptica, el modelo A2020 y el modelo B2020. El coste de producir un metro del modelo A2020 es igual a 2 euros, mientras que el coste de producir un metro del modelo B2020 es igual a 0,5 euros. Para realizar el lanzamiento comercial se necesitan al menos 6000 metros de cable, aunque del modelo B2020 no podrán fabricarse más de 5000 metros y debido al coste de producción no es posible fabricar más de 8000 metros entre los dos modelos. Además se desea fabricar una cantidad de metros del modelo B2020 mayor o igual a la de metros del modelo A2020.

- a) Represente la región factible y calcule las coordenadas de sus vértices.
- b) Determine el número de metros que deben producirse de cada uno de los modelos para minimizar el coste.

Problema 3 (2 puntos) Dada la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 1 & \text{si } x \leq 3 \\ \frac{3a}{x} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

- a) Determine el valor del parámetro real a para que la función $f(x)$ sea continua en todo su dominio. ¿Para ese valor de a es $f(x)$ derivable?
- b) Para $a = 1$, calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 1$.

Problema 4 (2 puntos) Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio, tales que $P(A) = 0,5$, $P(\overline{B}) = 0,8$, $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0,9$.

- a) Estudie si los sucesos A y B son independientes.

b) Calcule $P(\overline{A}|\overline{B})$.

Problema 5 (2 puntos) El peso de los huevos producidos en una granja avícola se puede aproximar por una variable aleatoria de distribución normal de media μ y desviación típica $\sigma = 8$ gramos.

- a) Se toma una muestra aleatoria simple de 20 huevos, obteniéndose una media muestral de 60 gramos. Determine un intervalo de confianza al 95 % para μ .
- b) Suponga que $\mu = 59$ gramos. Calcule la probabilidad de que al tomar una muestra aleatoria simple de 10 huevos, la media muestral, $\overline{X}$, esté comprendida entre 57 y 61 gramos.

**Examen de Matemáticas Aplicadas a las
CC. Sociales II (Extraordinaria 2021)
Selectividad-Opción B
Tiempo: 90 minutos**

Problema 1 Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x + 2ay + z = 0 \\ -x - ay = 1 \\ -y - z = -a \end{cases}$$

- a) Discuta el sistema en función de los valores del parámetro real a .
- b) Resuelva el sistema para $a = 3$.

Problema 2 (2 puntos) Se considera la función real de variable real

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{(x - 1)^2}$$

- a) Calcule el dominio y las asíntotas de $f(x)$.
- b) Determine sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Problema 3 (2 puntos) Se sabe que la derivada de una función real $f(x)$ es:

$$f'(x) = 3x^2 + 8x$$

donde a y b son parámetros reales.

- a) Determine la expresión de $f(x)$ sabiendo que $f(1) = 11$.
- b) Determine los máximos y mínimos locales de $f(x)$, si los hubiera.

Problema 4 (2 puntos) Un colegio tiene alumnos matriculados que residen en dos municipios distintos, A y B , siendo el número de alumnos matriculados residentes en el municipio A el doble de los del municipio B . Se sabe que la probabilidad de fracaso escolar si se habita en el municipio A es de 0,02, mientras que esa probabilidad si se habita en el municipio B es de 0,06. Calcule la probabilidad de que un alumno de dicho colegio elegido al azar:

- a) No sufra fracaso escolar.
- b) Sea del municipio A si se sabe que ha sufrido fracaso escolar.

Problema 5 (2 puntos) El tiempo necesario para cumplimentar un test psicotécnico se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ minutos y desviación típica $\sigma = 3$ minutos.

- a) Determine el tamaño mínimo que debe tener una muestra aleatoria simple para que el error máximo cometido en la estimación de μ sea menor de 1 minuto con un nivel de confianza del 95 %.
- b) Suponga que $\mu = 32$ minutos. Calcule la probabilidad de que al tomar una muestra aleatoria simple de tamaño $n = 16$ pruebas, el tiempo medio empleado en su realización, $\bar{X}$, sea menor que 30,5 minutos.