Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Diciembre 2020

Problema 1 Un fabricante de sistemas de iluminación quiere producir focos de tecnología led en dos modelos distintos: A y B. Para diseñar la estrategia de producción diaria tendrá en cuenta que se producirán al menos 50 focos del modelo A, que el número de focos del modelo B no superará las 300 unidades y que se producirán al menos tantos focos del modelo B como del modelo A. Además, la producción total no superará las 500 unidades diarias.

a) Formule el sistema de inecuaciones asociado al problema.

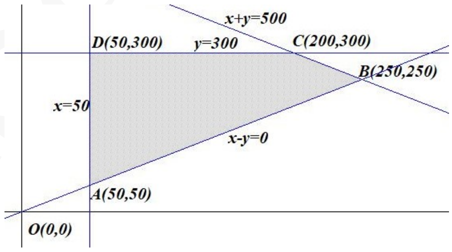
b) Represente la región factible y calcule sus vértices.

c) Si el beneficio obtenido por cada foco del modelo A es de 60 € y por cada foco del modelo B es de 40 €, ¿cuántos focos de cada modelo debe producir diariamente para maximizar el beneficio? ¿A cuánto asciende el beneficio máximo?

Solución:

Llamamos x : número de focos modelo A e y : número de focos modelo B.

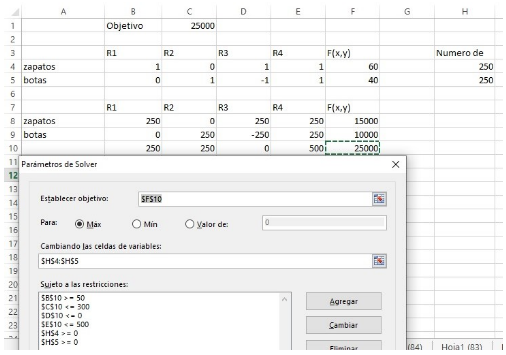
a) La región factible es:



$$\begin{cases} x \geq 50 \\ y \leq 300 \\ y \geq x \\ x + y \leq 500 \\ y \geq 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x \geq 50 \\ y \leq 300 \\ x - y \leq 0 \\ x + y \leq 500 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

b) Los vértices son: $A(50, 50)$, $B(250, 250)$, $C(200, 300)$ y $D(50, 300)$.

Solución por solver :



c) La función objetivo es: $f(x, y) = 60x + 40y$

$$\begin{cases} f(50, 50) = 5000 \\ f(250, 250) = 25000 \text{ Máximo} \\ f(200, 300) = 24000 \\ f(50, 300) = 15000 \end{cases}$$

El beneficio máximo es de 25000 € y se llega fabricando 250 focos modelo A y 250 focos modelo B.

Problema 2 Una tienda deportiva desea liquidar 2000 camisetas y 1000 chándales de la temporada anterior. Para ello lanza dos ofertas, 1 y 2. La oferta 1 consiste en un lote de una camiseta y un chándal, que se vende a 30 euros; la oferta 2 consiste en un lote de tres camisetas y un chándal, que se vende a 50 euros. No se desea ofrecer menos de 200 lotes de la oferta 1 ni menos de 100 de la oferta 2.

a) Plantea el problema que permite determinar cuántos lotes de cada tipo debe vender para maximizar los ingresos.

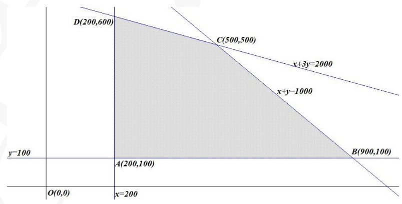
b) Representa la región factible.

c) ¿Cuántos lotes ha de vender de cada tipo para maximizar los ingresos? ¿A cuánto ascienden dichos ingresos?

Solución:
Llamamos x : nº de lotes de la oferta 1 e y : nº de lotes de la oferta 2.

	camisetas	chandal	Venta
$OF1$	1	1	30
$OF2$	3	1	50
	≤ 2000	≤ 1000	

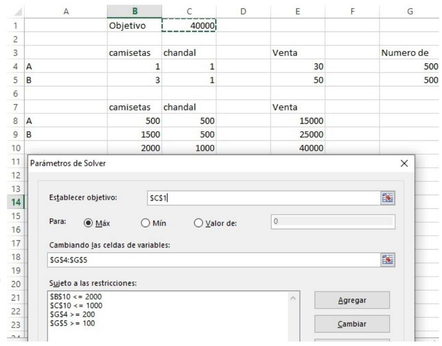
a) La región factible es:



$$\begin{cases} x + 3y \leq 2000 \\ x + y \leq 1000 \\ x \geq 200 \\ y \geq 100 \end{cases}$$

Los vértices son: $A(200, 100)$, $B(900, 100)$, $C(500, 500)$ y $D(200, 600)$.

Solución por solver :



b) La función objetivo es: $f(x, y) = 30x + 50y$

$$\begin{cases} f(200, 100) = 11000 \\ f(900, 100) = 32000 \\ f(500, 500) = 40000 \ \text{Máximo} \\ f(200, 600) = 36000 \end{cases}$$

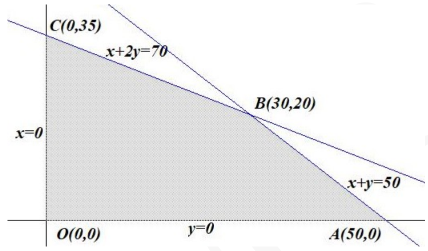
Del lote 1 hay que vender 500 y del lote 2 otros 500 con un valor de venta máximo de 40000 euros.

Problema 3 Una tienda de artesanía de calzado fabrica zapatos y botas. Cada par de zapatos requiere 1 hora de trabajo y 0,5 m^2 de piel y cada par de botas 1 hora de trabajo y 1 m^2 de piel, siendo el beneficio obtenido de 70 euros por cada par de zapatos y de 80 euros por cada par de botas. Si solo dispone de 50 horas de trabajo y de 35 m^2 de piel. ¿Cuántos pares de zapatos y de botas hay que fabricar para obtener los máximos beneficios? ¿Cuáles serán dichos beneficios máximos? Justificar las respuestas.
Solución:
Llamamos x : número de pares de zapatos A e y : número de pares de botas B.

	Horas	m^2	Beneficio
Zapatos	1	$0,5$	70
Botas	1	1	80
	≤ 50	≤ 35	

La región factible es:

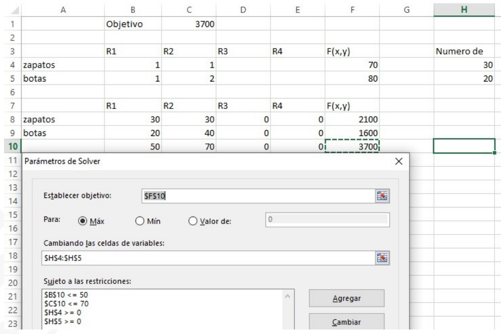
$$\begin{cases} x+y\leq 50 \\ 0,5x+y\leq 35 \\ y\geq 0 \\ x\geq 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y\leq 50 \\ x+2y\leq 70 \\ y\geq 0 \\ x\geq 0 \end{cases}$$



Los vértices son: $A\,(50,0)$, $B(30,20)$ y $C(0,35)$.

La función objetivo es: $f(x,y)=70x+80y$

Solución por solver:



$$\begin{cases} f(50,0)=3500 \\ f(30,20)=3700 \text{ Máximo} \\ f(0,35)=2800 \end{cases}$$

El beneficio máximo es de 3700 € y se llega fabricando 30 pares de zapatos y 20 pares de botas.

Problema 4 Una tienda de productos agrícolas dispone de 300 kg de abono de nitrógeno y de 80 kg de abono de potasio para la fabricación de dos compuesto A y B. Cada envase del compuesto A contiene 3 kg de abono de nitrógeno y 1 kg de abono de potasio y cada envase del compuesto B contiene 6 kg de abono de nitrógeno y 1 kg de abono de potasio. Si el beneficio producido por cada envase del compuesto A es de 100 euros y el del envase del compuesto B de 120 euros, ¿cuántos envases de cada tipo debe fabricar para obtener el máximo beneficio? ¿Cuál será dicho beneficio máximo? Justificar las respuestas.

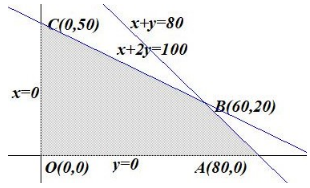
Solución:

Llamamos x : número de envases A e y : número de envases B.

	N	K	Beneficio
A	3	1	100
B	6	1	120
	≤ 300	≤ 80	

La región factible es:

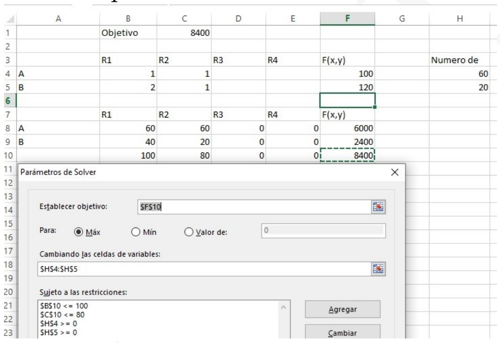
$$\begin{cases} 3x+6y\leq 300 \\ x+y\leq 80 \\ y\geq 0 \\ x\geq 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+2y\leq 100 \\ x+y\leq 80 \\ y\geq 0 \\ x\geq 0 \end{cases}$$



Los vértices son: $A\,(80,0)$, $B(60,20)$ y $C(0,50)$.

La función objetivo es: $f(x,y)=100x+120y$

Solución por solver:



$$\begin{cases} f(80,0) = 8000 \\ f(60,20) = 8400 \text{ Máximo} \\ f(0,50) = 6000 \end{cases}$$

El beneficio máximo es de 8400 € y se llega vendiendo 60 envases de A y 20 del B.

Problema 5 Un apicultor hurdano tiene 900 botes de miel y 500 botes de polen con los que elabora dos lotes A y B que pone a la venta. Cada lote A contiene 2 botes de miel y 2 botes de polen con un beneficio de 15 euros y cada lote B 3 botes de miel y 1 bote de polen con un beneficio de 12 euros. ¿Cuántos lotes de cada tipo debe organizar para que el beneficio sea máximo? Halla el valor de dicho beneficio máximo. Justificar las respuestas.

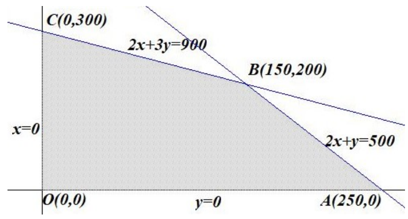
Solución:

Llamamos x : número de lotes A e y : número de lotes B.

	Miel	Polen	Beneficio
A	2	2	15
B	3	1	12
	≤ 900	≤ 500	

La región factible es:

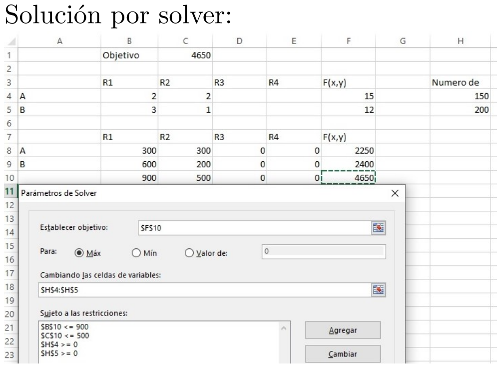
$$\begin{cases} 2x + 3y \leq 900 \\ 2x + y \leq 500 \\ y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$$



Los vértices son: $A(250,0)$, $B(150,200)$ y $C(0,300)$.

La función objetivo es: $f(x,y) = 15x + 12y$

Solución por solver:



$$\begin{cases} f(250,0) = 3750 \\ f(150,200) = 4650 \text{ Máximo} \\ f(0,300) = 3600 \end{cases}$$

El beneficio máximo es de 4650 € y se llega vendiendo 150 lotes de A y 200 del B.