Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Diciembre 2020

Problema 1 Un comerciante quiere comprar a un mayorista de moda gabardinas de dos tipos: de paño a 180 € y de piel a 300 € la unidad, respectivamente. El comerciante dispone de 5400 € y no precisa más de 20 unidades.

a) Representar la región factible y los vértices.

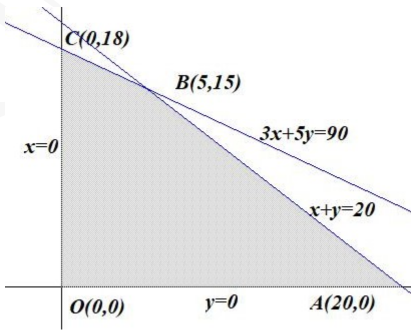
b) Si en la venta posterior obtiene un beneficio de 99€ por la venta de cada gabardina de paño y 156€ por la venta de cada gabardina de piel, calcular el número de gabardinas que ha de adquirir de cada tipo para obtener el beneficio máximo.

Solución:

Llamamos x : nº de gabardinas de paño e y : nº de gabardinas de piel.

a) La región factible es:

$$\begin{cases} 180x + 300y \leq 5400 \\ x + y \leq 20 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 3x + 5y \leq 90 \\ x + y \leq 20 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



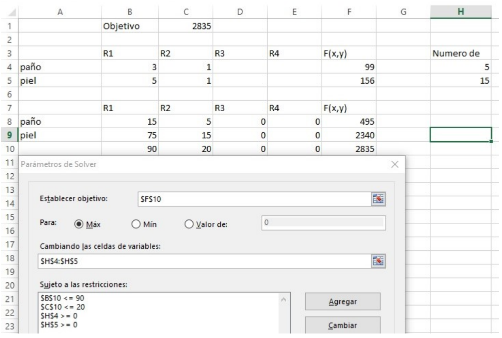
Los vértices son: $O(0,0)$, $A(20,0)$, $B(5,15)$ y $C(0,18)$.

b) $f(x,y) = 99x + 156y$

$$\begin{cases} f(0,0) = 0 \\ f(20,0) = 1980 \\ f(5,15) = 2835 \text{ Máximo} \\ f(0,18) = 2808 \end{cases}$$

Se deben comprar 5 gabardinas de paño y 15 de piel con un beneficio máximo de 2835 €.

Solución por solver :



Problema 2 En un puesto del mercado se preparan dos tipos de cajas de frutas y verduras para repartir a domicilio. Cada caja del tipo A (caja pequeña) lleva 3 kg de fruta y 3 kg de verdura. Cada caja del tipo B (caja grande) lleva 5 kg de fruta y 8 kg de verdura. Cada día hay que cubrir una demanda fija de al menos 20 cajas de tipo A. Las cajas tipo A se venden a 10 € cada una y las cajas tipo B a 18 € cada una. El puesto tiene 195 kg de fruta y 240 kg de verduras disponibles diariamente todas las mañanas. Se desea determinar el número de cajas de cada tipo que se han de preparar diariamente para maximizar los ingresos.

a) Plantear el problema y representar la región factible.

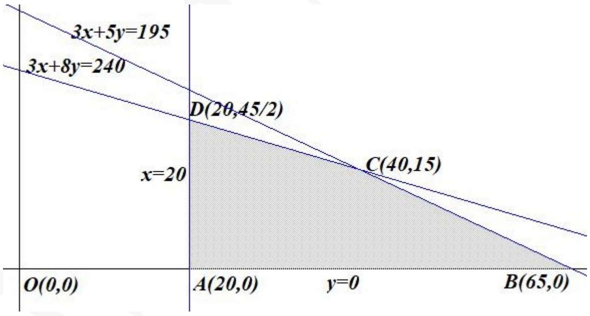
b) ¿Cuántas cajas de cada tipo deben prepararse cada día para maximizar los ingresos? ¿Cuáles son los ingresos máximos?

Solución: Llamamos x : nº de cajas tipo A e y : nº de cajas tipo B.

	Fruta	Verdura	Precio de venta
A	3	3	10
B	5	8	18
	≤ 195	≤ 240	

a) La región factible es:

$$\begin{cases} 3x + 5y \leq 195 \\ 3x + 8y \leq 240 \\ x \geq 20 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

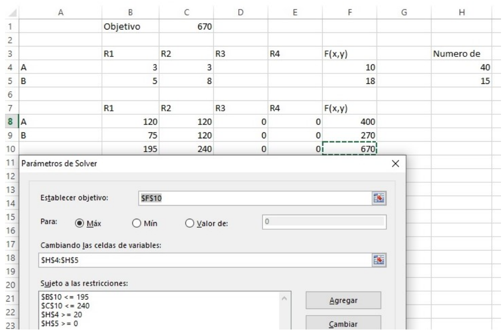


Los vértices son: $A(20,0)$, $B(65,0)$, $C(40,15)$ y $D\left(20, \frac{45}{2}\right)$.

b) $f(x,y) = 10x + 18y$

Solución por solver :

$$\begin{cases} f(20,0) = 200 \\ f(65,0) = 650 \\ f(40,15) = 670 \ \text{Máximo} \\ f\left(20, \frac{45}{2}\right) = 605 \end{cases}$$



Se deben vender 40 cajas tipo A y 15 cajas tipo B por un valor máximo de 670 €.

Problema 3 Un taller de joyería dispone de 150 gramos de plata y de 180 horas de trabajo para producir dos modelos de anillos. Para hacer un anillo del modelo A se necesitan 6 gramos de plata y 3 horas de trabajo, mientras que para hacer uno del modelo B se necesitan 2 gramos de plata y 6 horas de trabajo. Los anillos de los modelos A y B proporcionan, respectivamente, 35 y 55 € de beneficio por unidad.

a) Plantear la maximización del beneficio del pastelero como un problema de programación lineal.

b) Dibuja la región factible para la solución, indicando las rectas y vértices que la delimitan.

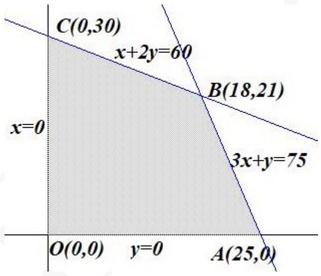
c) Sabiendo que se venderán toda la producción, Determinar cuántos anillos de cada modelo hay que producir para obtener el máximo beneficio y indique cuál es este beneficio.

Solución:

Llamamos x : nº de anillos tipo A e y : nº de anillos tipo B.

	Plata	Horas	Beneficio
A	6	3	35
B	2	6	55
	150	180	

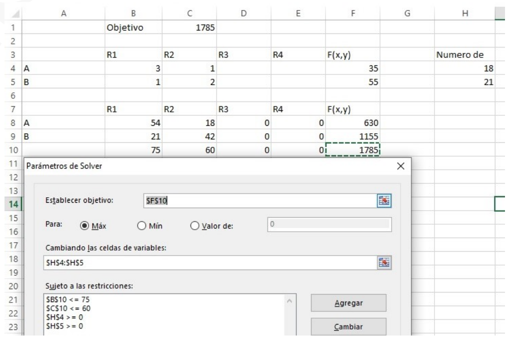
a) La región factible es:



$$\left\{\begin{array}{l} 6x+2y\le 150\\ 3x+6y\le 180\\ x\ge 0\\ y\ge 0\end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} 3x+y\le 75\\ x+2y\le 60\\ x\ge 0\\ y\ge 0\end{array}\right.$$

b) Los vértices son: $O(0,0)$, $A(25,0)$, $B(18,21)$ y $C(0,30)$.

Solución por solver :



c) La función objetivo es: $f(x,y)=35x+55y$

$$\left\{\begin{array}{l} f(0,0)=0\\ f(25,0)=875\\ f(18,21)=1785\ \text{Máximo}\\ f(0,30)=1650\end{array}\right.$$

El beneficio máximo es de 1785 € y se llega fabricando 18 anillos tipo A y 21 del tipo B.

Problema 4 Un pastelero dispone de 150 kg de harina, 22 kg de azúcar y 26 kg de mantequilla para hacer dos tipos de pasteles, A y B. Para hacer una hornada de pasteles del tipo A se necesitan 3 kg de harina, 1 kg de azúcar y 1 kg de mantequilla, mientras que para hacer una hornada de pasteles del tipo B se necesitan 6 kg de harina, 0,5 kg de azúcar y 1 kg de mantequilla. Se sabe que el beneficio que se obtiene al vender una hornada del tipo A es de 20 € y de 30 € en vender una hornada del tipo B.

a) Plantear la maximización del beneficio del pastelero como un problema de programación lineal.

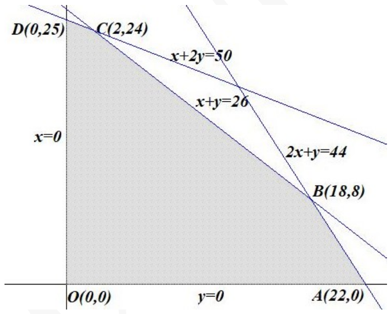
b) Dibuja la región factible para la solución, indicando las rectas y vértices que la delimitan.

c) Determinar cuántas hornadas de cada tipo tiene que hacer y vender el pastelero para maximizar sus beneficios. Determinar también este beneficio máximo.

Solución:
Llamamos x : nº de pasteles tipo A e y : nº de pasteles tipo B.

	Harina	Azúcar	Mantequilla	Beneficio
A	3	1	1	20
B	6	$0,5$	1	30
	≤ 150	≤ 22	≤ 26	

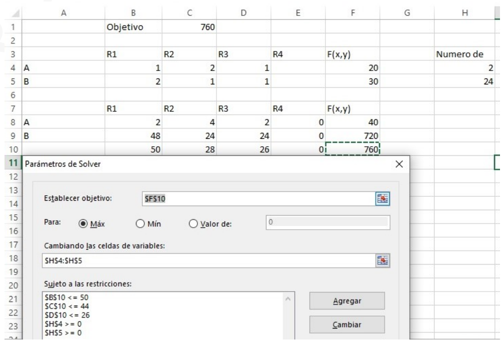
a) La región factible es:



$$\left\{\begin{array}{l} 3x+6y \leq 150 \\ x+0,5y \leq 22 \\ x+y \leq 26 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x+2y \leq 50 \\ 2x+y \leq 44 \\ x+y \leq 26 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right.$$

b) Los vértices son: $O(0,0)$, $A(22,0)$, $B(18,8)$, $C(2,24)$ y $D(0,25)$.

Solución por solver :



c) La función objetivo es: $f(x,y) = 20x + 30y$

$$\left\{\begin{array}{l} f(0,0)=0 \\ f(22,0)=440 \\ f(18,8)=600 \\ f(2,24)=760 \text{ Máximo} \\ f(0,25)=750 \end{array}\right.$$

El beneficio máximo es de 760 € y se llega horneando 2 pasteles tipo A y 24 del tipo B.

Problema 5 El Comité Organizador de un Congreso cuenta con dos tipos de habitaciones, A y B, para ofrecer como alojamiento a sus participantes. Para realizar la contratación, han decidido que el número de habitaciones de tipo B no debe ser mayor que el número de habitaciones de tipo A, y que el número de habitaciones de tipo A no debe ser mayor que 160. Además, se sabe que en total serán necesarias como máximo 200 habitaciones.

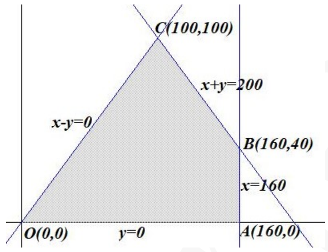
a) Plantee el sistema de inecuaciones asociado a este problema.

b) Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices.

c) Si los costes son de 80 € por cada habitación de tipo A y de 50 € por cada habitación de tipo B, ¿cuál es el coste máximo de alojamiento que afrontaría el Comité Organizador? ¿Cuántas habitaciones de cada tipo habría que contratar para que se diese esa situación?

Solución:
Llamamos x : número de habitaciones tipo A e y : número de habitaciones tipo B.

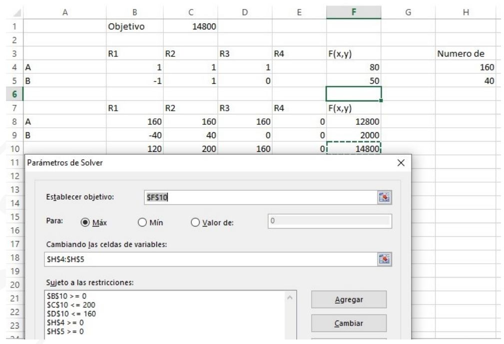
a) La región factible es:



$$\left\{\begin{array}{l} x \geq y \\ x \leq 160 \\ x + y \leq 200 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x - y \geq 0 \\ x + y \leq 200 \\ x \leq 160 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right.$$

b) Los vértices son: $O(0,0)$, $A(160,0)$, $B(160,40)$ y $C(100,100)$.

Solución por solver :



c) La función objetivo es: $f(x,y) = 80x + 50y$

$$\left\{\begin{array}{l} f(0,0) = 0 \\ f(160,0) = 12800 \\ f(160,40) = 14800 \text{ Máximo} \\ f(100,100) = 13000 \end{array}\right.$$

El coste máximo es de 14800 € y se llega contratando 160 habitaciones tipo A y 40 tipo B.