

## Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

Abril 2021

---

**Problema 1** El 65 % de los turistas que visitan una provincia elige alojamientos en la capital y el resto en zonas rurales. Además, el 75 % de los turistas que se hospedan en la capital y el 15 % de los que se hospedan en zonas rurales lo hace en hoteles, mientras que el resto lo hace es apartamentos turísticos. Se elige al azar un turista de los que se han alojado en esa provincia.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que se haya hospedado en un hotel?
- b) Si se sabe que se ha hospedado en un apartamento turístico, ¿cuál es la probabilidad de que el apartamento esté en zonas rurales?

**Solución:**

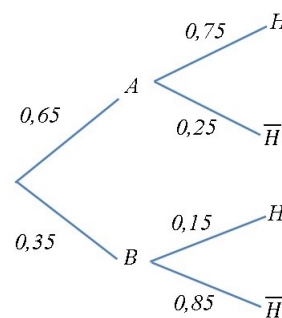
Sea  $A$  alojamientos en la capital,  $B$  alojamientos en zonas rurales,  $H$  en hoteles y  $\bar{H}$  en apartamentos turísticos.

a)

$$P(H) = P(H|A)P(A) + P(H|B)P(B) = 0,75 \cdot 0,65 + 0,15 \cdot 0,35 = 0,54$$

b)

$$P(B|\bar{H}) = \frac{P(\bar{H}|B)P(B)}{P(\bar{H})} = \frac{0,85 \cdot 0,35}{1 - 0,54} = 0,6467$$



**Problema 2** El 69 % de los habitantes de una determinada ciudad ven series, el 35 % películas y el 18 % no ven ni series ni películas. Se elige al azar un habitante de la ciudad.

- a) Calcule la probabilidad de que vea series o películas.
- b) Sabiendo que ve series, calcule la probabilidad de que vea películas.
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que vea series y no vea películas?

**Solución:**

Sea  $A$  ven series y  $B$  ven películas.  
 $P(A) = 0,69$ ,  $P(B) = 0,35$  y  $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,18$

	$B$	$\bar{B}$	Total
$A$			0,69
$\bar{A}$		0,18	
Total	0,35		1

 $\Rightarrow$ 

	$B$	$\bar{B}$	Total
$A$	0,22	0,47	0,69
$\bar{A}$	0,13	0,18	0,31
Total	0,35	0,65	1

$$a) P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0,18 \implies P(A \cup B) = 0,82$$

$$b) P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0,22}{0,69} = 0,3188$$

$$c) P(A \cap \overline{B}) = 0,47$$

**Problema 3** A 120 estudiantes se les ha recomendado la lectura de dos libros. Se sabe que 46 de ellos han leído el primer libro recomendado, 34 el segundo y 16 estudiantes han leído ambos libros. Se elige un estudiante al azar.

- Calcule la probabilidad de que haya leído alguno de los dos libros.
- Calcule la probabilidad de que no haya leído ninguno de los dos libros.
- Calcule la probabilidad de que solamente haya leído el primer libro.
- Calcule la probabilidad de que haya leído el primer libro, si se sabe que no ha leído el segundo.

**Solución:**

Sean  $A$  han leído el primer libro recomendado,  $B$  han leído el segundo libro recomendado.

Tenemos:  $P(A) = \frac{46}{120} = \frac{23}{60}$ ,  $P(B) = \frac{34}{120} = \frac{17}{60}$  y  $P(A \cap B) = \frac{16}{120} = \frac{2}{15}$

$$a) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{23}{60} + \frac{17}{60} - \frac{2}{15} = \frac{8}{15} = 0,5333$$

$$b) P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{8}{15} = \frac{7}{15} = 0,4666$$

$$c) P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{23}{60} - \frac{2}{15} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$d) P(A|\overline{B}) = \frac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{17}{60}} = \frac{15}{43} = 0,3488$$

**Problema 4** Las bicicletas de alquiler de una ciudad se clasifican por su calidad: buena, media y mala. El 30% de dichas bicicletas son gestionadas por una empresa  $E_1$  y el resto por una empresa  $E_2$ . De las bicicletas de la empresa  $E_1$ , el 80% son de buena calidad, el 5% de calidad media y el resto de mala calidad. De las bicicletas de la empresa  $E_2$  se sabe que el 60% son de buena calidad, pero se desconocen los porcentajes de bicicletas de calidad media y calidad mala. Se elige al azar una bicicleta de alquiler de esa ciudad.

- Calcule la probabilidad de que sea de buena calidad.
- Calcule la probabilidad de que sea de la empresa  $E_1$  y de mala calidad.
- Si se sabe que el porcentaje de bicicletas de alquiler de calidad media en toda la ciudad es del 19%, ¿cuál es la probabilidad de que sea de calidad media, sabiendo que la bicicleta elegida es de la empresa  $E_2$ ?

**Solución:**

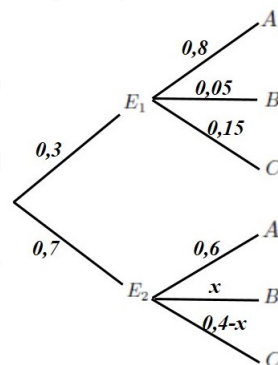
Sean  $A$  buena calidad,  $B$  calidad media y  $C$  mala calidad.

Tenemos:  $P(E_1) = 0,3$ ,  $P(E_2) = 0,7$ ,  $P(A|E_1) = 0,8$ ,  $P(B|E_1) = 0,05$ ,  $P(C|E_1) = 0,15$ ,  $P(A|E_2) = 0,6$  y  $P(B \cup C|E_2) = 0,4$

$$a) P(A) = P(A|E_1)P(E_1) + P(A|E_2)P(E_2) = 0,8 \cdot 0,3 + 0,6 \cdot 0,7 = 0,66$$

$$b) P(E_1 \cap C) = P(C|E_1)P(E_1) = 0,15 \cdot 0,3 = 0,045$$

$$c) P(B) = 0,19 = P(B|E_1)P(E_1) + P(B|E_2)P(E_2) = 0,05 \cdot 0,3 + P(B|E_2) \cdot 0,7 \implies P(B|E_2) = 0,25$$



**Problema 5** Se desea estimar la proporción de individuos que piensan votar a un cierto partido político en una determinada ciudad. Para ello se toma una muestra aleatoria de 300 individuos de la ciudad, resultando que 135 de ellos piensan votar a ese partido.

- Calcule un intervalo de confianza al 97% para la proporción de individuos que piensen votar a ese partido en dicha ciudad.
- Suponiendo que se mantiene la misma proporción muestral y el mismo nivel de confianza del apartado anterior, determine el tamaño mínimo de la muestra para estimar la proporción con un error inferior al 2%.

(Escriba las fórmulas necesarias)

**Solución:**

$$n = 300, \hat{p} = \frac{135}{300} = 0,45 \text{ y } \hat{q} = \frac{165}{300} = 0,55$$

$$a) NC = 0,97 = 1 - \alpha \implies \alpha = 0,03 \implies \frac{\alpha}{2} = 0,015$$

$$P(Z \leq Z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0,015 = 0,985 \implies Z_{\alpha/2} = 2,17$$

$$E = Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} \implies$$

$$E = 2,17 \sqrt{\frac{0,45 \cdot 0,55}{300}} = 0,0623$$

$$IC = (\hat{q} - E; \hat{q} + E) = (0,45 - 0,0623; 0,45 + 0,0623) = (0,3877; 0,5123) = (38,77\%; 51,23\%)$$

$$b) Z_{\alpha/2} = 2,17$$

$$E = Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} \implies 0,02 = 2,17 \sqrt{\frac{0,45 \cdot 0,55}{n}} \implies$$

$$n \geq 2913,632 \implies n = 2914$$

**Problema 6** Los directivos de una empresa desean estimar el tiempo medio que tardan los empleados en llegar al puesto de trabajo desde sus domicilios. Admitimos que dicho tiempo sigue una distribución Normal de desviación típica 8 minutos. Se elige al azar una muestra de 9 empleados de esa empresa, obteniéndose los siguientes resultados, expresados en minutos:

10 17 8 27 6 9 32 5 21

- a) Determine un intervalo de confianza al 92% para la media poblacional.
- b) Con una confianza del 95,5%, ¿qué tamaño muestral mínimo sería necesario para estimar el tiempo medio con un error inferior a 1,5 minutos?

(Escriba las fórmulas necesarias)

**Solución:**

$$N(\mu; 8)$$

a)  $n = 9$ ,  $\bar{X} = 15$  y  $NC = 0,92 = 1 - \alpha \implies \alpha = 0,08 \implies \frac{\alpha}{2} = 0,04$

$$P(Z \leq Z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0,04 = 0,96 \implies Z_{\alpha/2} = 1,75$$

$$E = Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \implies E = 1,75 \frac{8}{\sqrt{9}} = 4,67$$

$$IC = (\bar{X} - E; \bar{X} + E) = (15 - 4,67; 15 + 4,67) = (10,33; 19,67)$$

b)  $E = 1,5$ , y  $Z_{\alpha/2} = 2,005$

$$E = Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \implies 1,5 = 2,005 \frac{8}{\sqrt{n}} \implies n \geq 114,35 \implies n = 115$$