Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Marzo 2021

Problema 0.1 A la hora de estudiar la relación entre el beneficio de una empresa y el producto vendido, se representa por $f(x)$ el beneficio mensual, en miles de euros, si se han vendido x toneladas de producto ese mes. Si un mes se venden como mucho 10 toneladas de producto, el beneficio mensual se puede considerar que es de $10x - \frac{5x^2}{4} + 1800$ miles de euros. Si se venden más de 10 toneladas, el beneficio mensual se considera que es constante e igual a 1805000 euros.

a) Obtén la expresión de dicha función f para cualquier valor positivo x.

b) ¿Es el beneficio una función continua de la cantidad de producto vendido?

c) Estudia y representa gráficamente la función f.

d) ¿Cuál es el beneficio mensual mínimo? ¿Puede llegar algún mes a tener unos beneficios de 1900 miles de euros? ¿y de 1815 miles de euros?

Problema 0.2 Dada la función $f(x) = \dfrac{9}{x} - \dfrac{18}{x^2} - 1$, se pide:

a) Encontrar la primitiva F de f verificando que $F(1) = 20$.

b) Estudiar y representar gráficamente la función f en todo su dominio. Calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 1$ y $x = 12$.

Problema 0.3 Dada la función $f(x) = \dfrac{a}{x+1}$, se pide:

a) Encontrar el valor de a que verifica que $F(0) = 0$ y $F(1) = 10\ln(2)$, donde F denota una primitiva de f.

b) Suponiendo que $a = 10$, estudiar y representar gráficamente la función f en todo su dominio y calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = -3$ y $x = -2$.

Problema 0.4 A la hora de estudiar la relación entre el beneficio mensual de una empresa y cantidad de producto fabricado, se representa por $f(x)$ el beneficio mensual, en millones de euros, si se han fabricado x toneladas de producto ese mes. Si en un mes se fabrican como mucho 100 toneladas de producto, el beneficio mensual se puede considerar que es $\dfrac{1}{100}(-x^2 + 100x - 1600)$ millones de euros, mientras que si se fabrican más de 100 toneladas de producto, el beneficio viene dado por $1 - \dfrac{120}{x}$.

a) Obtén la expresión de la función f. Estudia y representa gráficamente la función f en el intervalo $[0, \infty)$.

b) ¿Qué cantidad debe fabricar para maximizar el beneficio? ¿A cuánto asciende dicho beneficio? ¿Qué cantidad hay que fabricar para que el beneficio sea positivo?

Problema 0.5 Según una compañía telefónica, el coste de la transferencia de datos se descompone en dos conceptos: un coste fijo de 25 céntimos de euro por transferencia realizada más un coste variable en función de los gigabytes transferidos. El coste variable asociado a los 2 primeros gigabytes en gratis, pero a partir de 2 gigabytes, pasa a tarifar los gigabytes restantes a 10 céntimos de euro por gigabyte.

a) Si $f(x)$ representa el coste total en céntimos de euro de una transferencia en función de la cantidad de gigabytes transferidos en la misma (x), obtén la expresión de dicha función f para cualquier valor positivo x. ¿Es el coste una función continua de la cantidad transferida?

b) Estudia y representa gráficamente la función f en el intervalo $(0, \infty)$. Si el coste total de una transferencia ha sido de 2,25 euros, ¿cuantos gigabytes se han transferido? ¿Cual es el coste mínimo de una transferencia cualquiera? ¿Y el coste máximo?

Problema 0.6 Dada la función $f(x) = \dfrac{6}{x+1} - 2$, se pide:

a) Encontrar la primitiva F de f verificando que $F(0) = 2$.

b) Estudiar y representar gráficamente la función f en el intervalo $[0, \infty)$. Calcular el área limitada por la curva f y el eje X entre $x = 0$ y $x = 3$.