

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

Diciembre 2020

Problema 1 Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro $a \in \bar{R}$:

$$\begin{cases} x - ay = 1 \\ ax - 4y - z = 2 \\ 2x + ay - z = a - 4 \end{cases}$$

a) Discuta el sistema para los diferentes valores de a .

b) Resuelva el sistema para $a = 3$.

Solución:

a)

$$\bar{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -a & 0 & 1 \\ a & -4 & -1 & 2 \\ 2 & a & -1 & a-4 \end{array} \right); \quad |A| = -a^2 + 3a + 4 = 0 \implies a = -1, \quad a = 4$$

- Si $a \neq -1$ y $a \neq 4 \implies |A| \neq 0 \implies \text{Rango}(A) = 3 = \text{Rango}(\bar{A}) = n^\circ$ de incógnitas y el sistema es compatible determinado. (Solución única)
- Si $a = -1$:

$$\bar{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & -4 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & -1 & -5 \end{array} \right) = \left[\begin{array}{l} F_1 \\ F_2 + F_1 \\ F_3 - 2F_1 \end{array} \right] = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & -1 & 3 \\ 0 & -3 & -1 & -7 \end{array} \right) =$$

$$\left[\begin{array}{l} F_1 \\ F_2 \\ F_3 - F_2 \end{array} \right] = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -10 \end{array} \right) \implies$$

Sistema Incompatible

- Si $a = 4$:

$$\bar{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 0 & 1 \\ 4 & -4 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & -1 & 0 \end{array} \right) = \left[\begin{array}{l} F_1 \\ F_2 - 4F_1 \\ F_3 - 2F_1 \end{array} \right] = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 0 & 1 \\ 0 & 12 & -1 & -2 \\ 0 & 12 & -1 & -2 \end{array} \right) =$$

$$\left[\begin{array}{l} F_1 \\ F_2 \\ F_3 - F_2 \end{array} \right] = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 0 & 1 \\ 0 & 12 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \implies$$

Sistema compatible indeterminado

b) Si $a = 3$:

$$\begin{cases} x - 3y = 1 \\ 3x - 4y - z = 2 \\ 2x + 3y - z = -1 \end{cases} \implies \begin{cases} x = -1/2 \\ y = -1/2 \\ z = -3/2 \end{cases}$$

Problema 2 Una pastelera fabrica dos tipos de tartas. La tarta de tipo *A* se elabora con 1 kg. de masa y 1,5 kg. de chocolate, y se vende a 24 €. La de tipo *B* se vende a 30 € y se elabora con 1,5 kg. de masa y 1 kg. de chocolate, tal como aparece en la siguiente tabla:

| | Masa | Chocolate |
|----------|--------|-----------|
| <i>A</i> | 1 kg | 1,5 kg |
| <i>B</i> | 1,5 kg | 1 kg |

Si la pastelera sólo dispone de 300 kg. de cada ingrediente, ¿cuántas tartas ha de fabricar de cada tipo para obtener el máximo ingreso? Calcula el valor de dicho ingreso.

Solución:

Llamamos x : nº de tartas tipo *A* e y : nº de tartas tipo *B*.

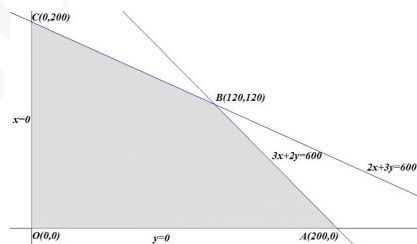
| | Masa | Chocolate | Beneficio |
|----------|------------|------------|-----------|
| <i>A</i> | 1 | 1,5 | 24 |
| <i>B</i> | 1,5 | 1 | 30 |
| | ≤ 300 | ≤ 300 | |

La región factible es:

$$\begin{cases} x + 1,5y \leq 300 \\ 1,5x + y \leq 300 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 3y \leq 600 \\ 3x + 2y \leq 600 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Los vértices son: $A(200, 0)$, $B(120, 120)$ y $C(0, 200)$.

$$f(x, y) = 24x + 30y$$



Solución por solver :

$$\begin{cases} f(200, 0) = 4800 \\ f(120, 120) = 6480 \text{ Máximo} \\ f(0, 200) = 6000 \end{cases}$$

Se deben producir 120 tartas tipo *A* y 120 de *B* con un beneficio máximo de 6480 €.

