

Examen de Matemáticas II (Modelo 2021)
Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (2,5 puntos) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & x \\ 1 & 0 & x-1 \\ x+1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ y

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1/3 & -1/3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2/3 & -2/3 \end{pmatrix}, \text{ se pide:}$$

- a) (0,5 puntos) Determinar los valores de $x \in \mathbb{R}$ para los cuales A tiene inversa.
- b) (1 punto) Para $x = -1$, calcular la inversa de A .
- c) (1 punto) Para $x = 1$, hallar $(AB^t)^3$ y $(AB^t)^{2020}$ (donde B^t denota la matriz traspuesta de B).

Problema 2 (2,5 puntos) Se considera la función real de variable real

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+1} & \text{si } x \leq 1, \ x \neq -1 \\ \frac{\ln x}{x-1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- a) (0,5 puntos) Estudie la continuidad de f en $x = 1$.
- b) (1 punto) Halle las asíntotas de f , si existen.
- c) (1 punto) Determine el valor de $x_0 < 1$ que verifica que la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(x_0, f(x_0))$ tiene pendiente $-\frac{1}{2}$. Escriba la ecuación de dicha recta tangente.

Problema 3 (2,5 puntos) Se consideran los puntos $A(3, 1, 2)$, $B(0, 3, 4)$ y $P(-1, 1, 0)$. Se pide:

- a) (0,75 puntos) Determinar las coordenadas de un punto Q sabiendo que los vectores \overrightarrow{AB} y \overrightarrow{PQ} son linealmente dependientes, tienen sentidos opuestos y tienen el mismo módulo.
- b) (1 punto) Determinar las coordenadas del punto de intersección de la recta r que contiene a A y P , y de la recta s que contiene a B y al punto $C(2, -1, -2)$.
- c) (0,75 puntos) Calcular el coseno del ángulo formado por \overrightarrow{PA} y \overrightarrow{PB} .

Problema 4 (2,5 puntos) En un instituto, uno de cada cuatro alumnos practica baloncesto. Se eligen 6 alumnos al azar y se considera la variable aleatoria X que representa el número de estudiantes entre estos 6 que practican baloncesto. Se pide:

- (1 punto) Identificar la distribución de la variable aleatoria X y calcular $P(X = 0)$.
- (0,75 puntos) Calcular la probabilidad de que al menos 5 de los 6 elegidos practiquen baloncesto.
- (0,75 puntos) Calcular la probabilidad de que al menos 1 de los 6 practique baloncesto.

Examen de Matemáticas II (Modelo 2021)
Selectividad-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (2,5 puntos) Dados la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ a & -3 & a \\ a-1 & -3 & a \end{pmatrix}$ y el

vector $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, determine el valor o valores de a para los que:

- (1,5 puntos) El sistema $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = B$ no tenga solución.
- (1 punto) $A = A^{-1}$.

Problema 2 (2,5 puntos) Dada la función $f(x) = x^6 - 4x^4$, se pide:

- (0,5 puntos) Estudiar sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- (1 punto) Encontrar sus máximos y mínimos relativos, y determinar si son o no absolutos.
- (1 punto) Hallar el área de la región acotada limitada por el eje $y = 0$ y la gráfica de f .

Problema 3 (2,5 puntos) Dadas las rectas $r : \begin{cases} x + 2z = 1 \\ y + z = 2 \end{cases}$, $s : \begin{cases} x = -3 + 2\lambda \\ y = 2 - \lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$,

se pide:

- (0,5 puntos) Hallar la distancia del origen a la recta s .

- b) (0,5 puntos) Determinar la posición relativa de r y s .
- c) (0,75 puntos) Escribir la ecuación del plano que contiene a la recta r y al vector perpendicular a r y a s .
- d) (0,75 puntos) Escribir la ecuación de una recta perpendicular común a r y a s .

Problema 4 (2,5 puntos) Una prueba diagnóstica para una enfermedad da resultado negativo el 5% de las veces que se aplica a un individuo que la padece y da resultado positivo el 10% de las veces que se aplica a un individuo que no la padece. Las estadísticas muestran que dicha enfermedad afecta a 50 de cada diez mil personas. Si una persona elegida al azar se somete a la prueba diagnóstica, calcule la probabilidad de:

- a) (0,5 puntos) Que la prueba dé resultado positivo.
- b) (0,75 puntos) Que la persona padezca la enfermedad, si el resultado de la prueba ha sido positivo.
- c) (0,75 puntos) Que la persona no padezca la enfermedad, si el resultado de la prueba ha sido negativo.
- d) (0,5 puntos) Que el resultado de la prueba diagnóstica sea erróneo.