Examen de Matemáticas II (Ordinaria 2021)
Selectividad-Opción A
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(2,5 puntos)* Tres hermanos quieren repartirse de forma equitativa un total de 540 acciones valoradas en 1560 euros, que corresponden a tres empresas A, B y C. Sabiendo que el valor actual en bolsa de la acción A es el triple que el de B y la mitad que el de C, que el número de acciones de C es la mitad que el de B y que el actual valor en bolsa de la acción B es 1 euro, encuentre el número de cada tipo de acción que le corresponde a cada hermano.

Problema 2 *(2,5 puntos)* Calcule el área de la región delimitada por las gráficas de las funciones

$$f(x) = 2 + x - x^2, \quad g(x) = 2x^2 - 4x$$

Problema 3 *(2,5 puntos)* Sean la recta $r \equiv \left\{ \begin{array}{l} -x - y + z = 0 \\ 2x + 3y - z + 1 = 0 \end{array} \right.$ y el plano $\pi \equiv 2x + y - z + 3 = 0$. Se pide:

a) (0,75 puntos) Calcular el ángulo que forman r y π.

b) (1 punto) Hallar el simétrico del punto de intersección de la recta r y el plano π con respecto al plano $z - y = 0$.

c) (0,75 puntos) Determinar la proyección ortogonal de la recta r sobre el plano π.

Problema 4 *(2,5 puntos)* El tiempo de vida de los individuos de cierta especie animal tiene una distribución normal con una media de 8,8 meses y una desviación típica de 3 meses.

a) (1 punto) ¿Qué porcentaje de individuos de esta especie supera los 10 meses? ¿Qué porcentaje de individuos ha vivido entre 7 y 10 meses?

b) (1 punto) Si se toman al azar 4 especímenes, ¿cuál es la probabilidad de que al menos uno no supere los 10 meses de vida?

c) (0,5 puntos) ¿Qué valor de c es tal que el intervalo $(8,8 - c; 8,8 + c)$ incluye el tiempo de vida (medido en meses) del 98 % de los individuos de esta especie?

Examen de Matemáticas II (Ordinaria 2021) Selectividad-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(2,5 puntos)* Se considera el siguiente sistema de ecuaciones dependientes del parámetro real a:

$$\begin{cases} ax - 2y + (a-1)z = 4 \\ -2x + 3y - 6z = 2 \\ -ax + y - 6z = 6 \end{cases}$$

a) (2 puntos) Discuta el sistema según los diferentes valores de a.

b) (0,5 puntos) Resuelva el sistema para $a = 1$.

Problema 2 *(2,5 puntos)* Se considera la función

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{si} \quad x < 0 \\ xe^x & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$$

a) (0,75 puntos) Estudie la continuidad y la derivabilidad de f en $x = 0$.

b) (1 punto) Estudie los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f restringida a $(-\pi, 2)$ Demuestre que existe un punto $x_0 \in [0,1]$ de manera que $f(x_0) = 2$.

c) (0,75 puntos) Calcule $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{1} f(x)dx$.

Problema 3 *(2,5 puntos)* Sean los planos $\pi_1 \equiv x + y = 1$ y $\pi_2 \equiv x + z = 1$.

a) (1,5 puntos) Halle los planos paralelos al plano π_1 tales que su distancia al origen de coordenadas sea 2.

b) (0,5 puntos) Halle la recta que pasa por el punto $(0, 2, 0)$ y es perpendicular al plano π_2.

c) (0,5 puntos) Halle la distancia entre los puntos de intersección del plano π_1 con los ejes x e y.

Problema 4 *(2,5 puntos)* Una estación de medición de calidad del aire mide niveles de NO_2 y de partículas en suspensión. La probabilidad de que en un día se mida un nivel de NO_2 superior al permitido es 0,16. En los días en los que se supera el nivel permitido de NO_2, la probabilidad de que se supere el nivel permitido de partículas es 0,33. En los días en los que no se supera el nivel de NO_2, la probabilidad de que se supere el nivel de partículas es 0,08.

a) (0,5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que en un día se superen los dos niveles permitidos?

b) (0,75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que se supere al menos uno de los dos?

c) (0,5 puntos) ¿Son independientes los sucesos ”en un día se supera el nivel permitido de NO_2” y ”en un día se supera el nivel permitido de partículas”?

d) (0,75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que en un día se supere el nivel permitido de NO_2, sabiendo que no se ha superado el nivel permitido de partículas?