

Examen de Matemáticas 2º de Bachillerato CN
Diciembre 2020

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1+x^2)}{\ln(1+e^x)}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1+x-\sin x)^{1/x^3}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{2/\tan x}$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2e^{x-1}}{x+1} \right)^{\frac{x}{x-1}}$

e) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{-e^{x^2-1} - x}{x^2 + 4x + 3}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin 2x} \right)$

g) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2-x+1} - \sqrt{2x-1}}{1-x}$

h) Determine el valor de la constante k para que se verifique que:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 + kx + 3}{x^3 - x^2 - x + 1} = 2$$

Problema 2 Calcular las rectas tangente y normal en los siguientes casos:

a) a la función $f(x) = \frac{x^2 + 3x - 2}{x + 1}$ en el punto de abscisa $x = 2$.

b) a la función $f(x) = 3xe^{x-2}$ en el punto de abscisa $x = 2$.

c) En este caso sólo la recta o rectas tangentes la función $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 2}$ sabiendo que ésta o éstas son paralelas a la recta $y = -4x + 7$.

Problema 3 Calcular las siguientes integrales

a) $f(x) = \frac{1+e^x}{1-e^x}$. Halla la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(1, 1)$. (Sugerencia: cambio de variable $t = e^x$)

b) $\int_0^\pi x \sin^2 x \, dx$

c) $\int \frac{2-e^x}{e^{2x}-1} \, dx$ usando el cambio de variable $t = e^x$

d) $\int (\sqrt{x} \cdot \ln^2 x) \, dx$

e) $\int x^3 e^{x^2} dx$

f) $\int \frac{3x - 2}{x^2 - 2x + 1} dx$

g) $\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$

h) Dada la función $f(x) = \frac{2x - e^{-x}}{x^2 + e^{-x}}$, hallar la función primitiva suya $F(x)$ que verifique $F(0) = 3$