Problemas de Matemáticas II Aplicadas a las Ciencias Sociales Programación Lineal (PAU 2018-2019)

Isaac Musat Hervás

6 de febrero de 2020

Índice

Problemas

1. Aragón

1.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

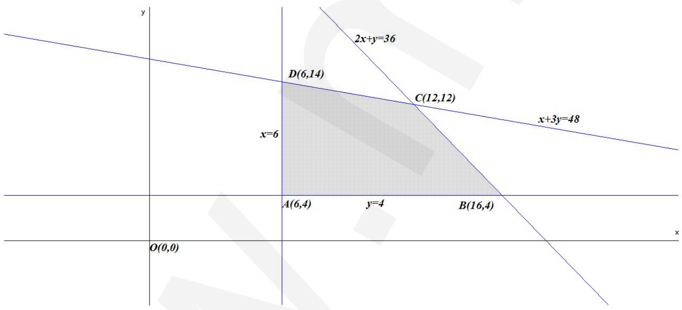
Problema 1.1 Un ebanista fabrica sillas y taburetes. Cada silla necesita 4 kilos de madera y 1 hora de trabajo, mientras que cada taburete necesita 2 kilos de madera y 3 horas de trabajo. El beneficio por cada silla es de 70 euros y por cada taburete es de 50 euros. Para la semana que viene quiere fabricar, al menos, 6 sillas y 4 taburetes; dispone, como máximo, de 72 kilos de madera y de 48 horas de trabajo. ¿Cuántas sillas y taburetes debe fabricar para maximizar su beneficio? ¿Cuál será el valor del beneficio en ese caso?

Solución:
LLamamos x : nº de sillas e y : nº de taburetes.

	Madera	Tiempo	beneficio
Silla	4	1	70
Taburete	2	3	50
	≤ 72	≤ 48	

a) Se trata de un problema de programación, hay que optimizar la función objetivo $f(x,y) = 70x + 50y$ calculando su máximo, sujeto a las restricciones (Región factible):

$$S: \left\{ \begin{array}{l} 4x + 2y \leq 72 \\ x + 3y \leq 48 \\ x \geq 6 \\ y \geq 4 \end{array} \right. \Longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2x + y \leq 36 \\ x + 3y \leq 48 \\ x \geq 6 \\ y \geq 4 \end{array} \right.$$

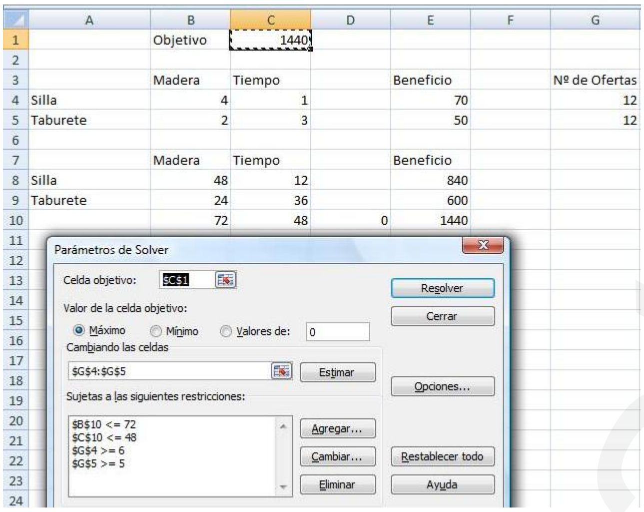


La región S y los vértices a estudiar serán: $A(6,4)$, $B(16,4)$, $C(12,12)$ y $D(6,14)$.

b)

$$\left\{ \begin{array}{l} f(6,4) = 620 \\ f(16,4) = 1320 \\ f(12,12) = 1440 \text{ Máximo} \\ f(6,14) = 1120 \end{array} \right.$$

El máximo es de 1440 euros y se alcanza cuando se fabrican 12 sillas y 12 taburetes.
Solución por solver:



1.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

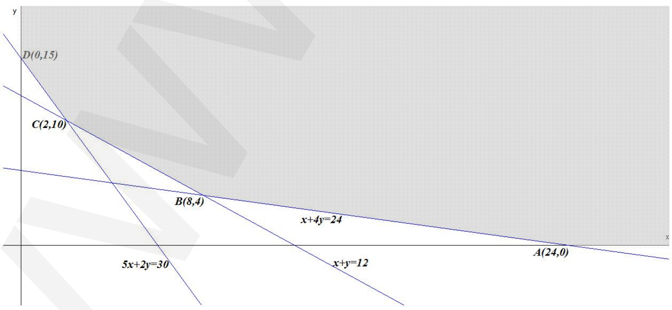
Problema 1.2 Un restaurante compra la fruta a una tienda ecológica. Esta tienda vende dos tipos de lotes, A y B. El lote A incluye 1 kilo de manzanas, 5 kilos de naranjas y 1 kilo de peras, mientras que el lote B incluye 4 kilos de manzanas, 2 kilos de naranjas y 1 kilo de peras. Cada lote de tipo A cuesta 8 euros y cada lote de tipo B cuesta 10 euros. Sabiendo que para mañana el restaurante quiere tener, al menos, 24 kilos de manzanas, 30 kilos de naranjas y 12 kilos de peras, plantear y resolver un problema de programación lineal para determinar cuántos lotes de cada tipo debe comprar para minimizar el coste. ¿Cuál será el valor del coste en ese caso?
Solución:
LLamamos x : nº de lotes A e y : nº de lotes B.

	Manzanas	Naranjas	Peras	Coste
A	1	5	1	8
B	4	2	1	10
	≥ 24	≥ 30	≥ 12	

$$f(x,y) = 8x + 10y$$

sujeto a

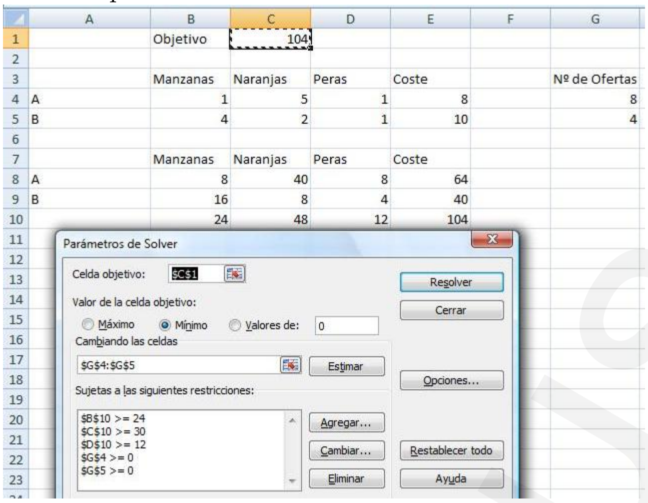
$$\begin{cases} x + 4y \geq 24 \\ 5x + 2y \geq 30 \\ x + y \geq 12 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$



La región factible estaría delimitada por los vértices: $A(24,0)$, $B(8,4)$,$C(2,10)$ y $D(0,15)$.

$$\begin{cases} f(24,0) = 192 \\ f(8,4) = 104 \;\; \text{Mínimo} \\ f(2,10) = 116 \\ f(0,15) = 150 \end{cases}$$

El restaurante tiene que comprar 8 lotes A y 4 lotes B con un coste de 104 euros.
Solución por solver:



2. Asturias

2.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

Problema 2.1 Una empresa de joyería tiene dos máquinas A y B con las que puede hacer anillos, pulseras y collares y tiene que decidir el número de horas de trabajo de cada una de las máquinas para la próxima semana. En cada hora de trabajo, la máquina A realiza 1 anillo, 4 pulseras y 2 collares, mientras que la máquina B realiza 4 anillos, 2 pulseras y 3 collares. Durante la próxima semana, la empresa debe producir al menos 80 anillos, 96 pulseras y 120 collares.

a) ¿Cuántas horas debe trabajar cada máquina para satisfacer estos requisitos de demanda? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Podría usarse 10 horas la máquina A y 30 horas la B?

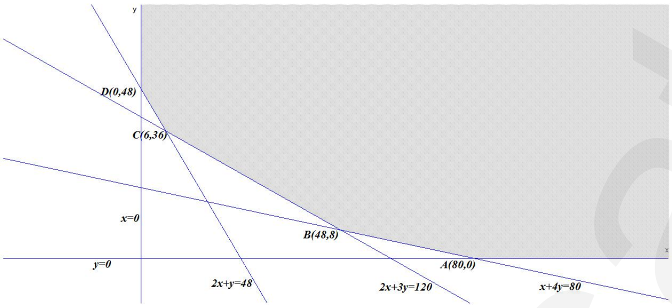
b) El coste por cada hora de trabajo de la máquina A es de 2500 euros y el de la máquina B es de 2000 euros. ¿Cuántas horas tiene que trabajar cada máquina para minimizar el coste total? ¿a cuánto asciende dicho coste mínimo?

Solución:
LLamamos x : nº de horas de la máquina A e y : nº de horas de la máquina B.

	Anillos	Pulseras	Collares
A	1	4	2
B	4	2	3
	≥ 80	≥ 96	≥ 120

a) La región factible es:

$$\begin{cases} x + 4y \geq 80 \\ 4x + 2y \geq 96 \\ 2x + 3y \geq 120 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + 4y \geq 80 \\ 2x + y \geq 48 \\ 2x + 3y \geq 120 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

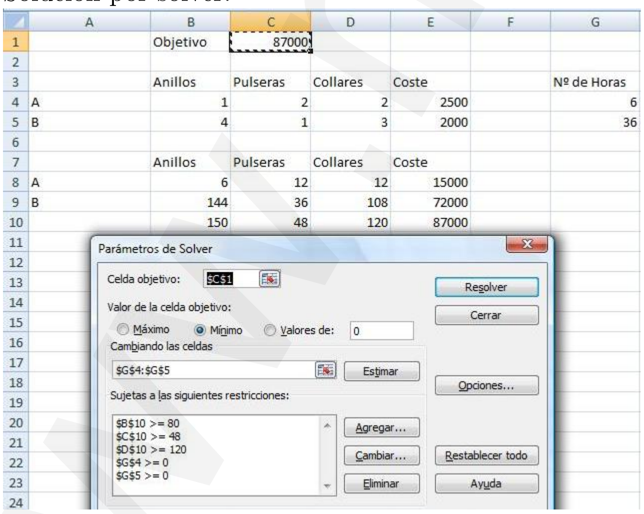


Los vértices son: $A(80,0)$, $B(48,8)$, $C(6,36)$ y $D(0,48)$.
El punto $(10,30)$ está fuera de la región factible y, por tanto, no cumple las condiciones del problema.

b) $f(x,y) = 2500x + 2000y$

$$\begin{cases} f(80,0) = 200000 \\ f(48,8) = 136000 \\ f(6,36) = 87000 \text{ Mínimo} \\ f(0,48) = 96000 \end{cases}$$

La máquina A tiene que trabajar 6 horas y 36 horas la B para tener un gasto mínimo de 87000 euros.
Solución por solver:



	A	B	C	D	E	F	G
1		Objetivo	87000				
2							
3		Anillos	Pulseras	Collares	Coste		Nº de Horas
4	A	1	2	2	2500		6
5	B	4	1	3	2000		36
6							
7		Anillos	Pulseras	Collares	Coste		
8	A	6	12	12	15000		
9	B	144	36	108	72000		
10		150	48	120	87000		

2.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 2.2 Una empresa construye dos tipos de motocicletas eléctricas A y B. Cada jornada dispone de 3600 euros para la fabricación de estas motocicletas, siendo el coste de manufactura de 200 euros para la motocicleta tipo A y de 400 euros para la motocicleta tipo B. Además las condiciones de mercado exigen que el número total de motocicletas fabricadas por jornada no sea mayor de 12. Por otro lado, debido a la organización de la producción en esa empresa, cada jornada no puede fabricar más de 8 motocicletas de tipo B.

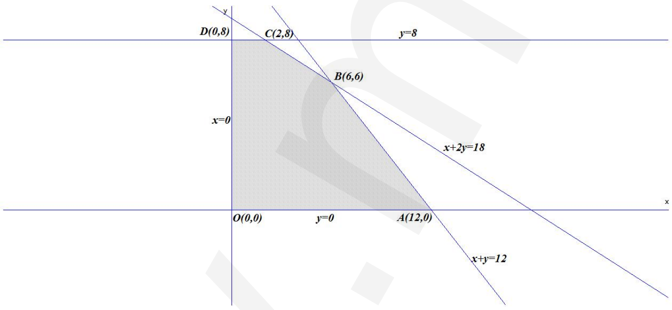
a) ¿Cuántas motocicletas de cada tipo puede fabricar una jornada para cumplir todos los requisitos anteriores? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Se podrían fabricar 4 motocicletas de tipo A y el doble de tipo B?

b) Sabiendo que el beneficio obtenido en la venta de una motocicleta de tipo A es de 200 euros y en la de tipo B es de 320 euros y suponiendo que se vende todo lo que se fabrica, ¿cuántas motocicletas de cada tipo deben fabricar en una jornada para que el beneficio sea máximo? ¿y para maximizar el número de motocicletas de tipo A fabricadas?

Solución:
LLamamos x : nº de motocicletas A e y : nº de motocicletas B.

a) La región factible es:

$$\left\{\begin{array}{l} 200x+400y\le 3600\\ x+y\le 12\\ y\le 8\\ x\ge 0\\ y\ge 0\end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x+2y\le 18\\ x+y\le 12\\ y\le 8\\ x\ge 0\\ y\ge 0\end{array}\right.$$

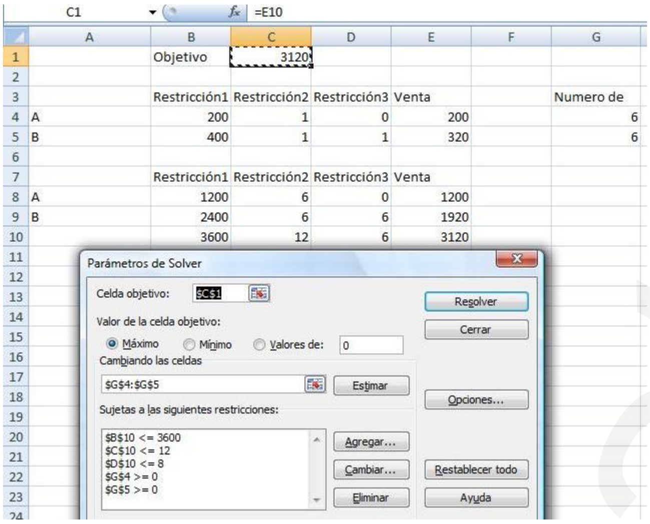


Los vértices son: $O(0,0)$, $A(12,0)$, $B(6,6)$, $C(2,8)$ y $D(0,8)$.
El punto $(4,8)$ está fuera de la región factible y, por tanto, no cumple las condiciones del problema. No se podrían fabricar 4 motocicletas de tipo A y el doble de tipo B.

b) $f(x,y)=200x+320y$

$$\left\{\begin{array}{l} f(12,0)=2400\\ f(6,6)=3120 \text{ Máximo}\\ f(2,8)=2960\\ f(0,8)=2560\end{array}\right.$$

Hay que fabricar 6 motocicletas A y 6 motocicletas B para obtener un beneficio máximo de 3120 euros.
Solución por solver:



Para optimizar las motocicletas A no fabricaríamos las motocicletas B: se fabricarían 12 motocicletas A.

3. Islas Baleares

3.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

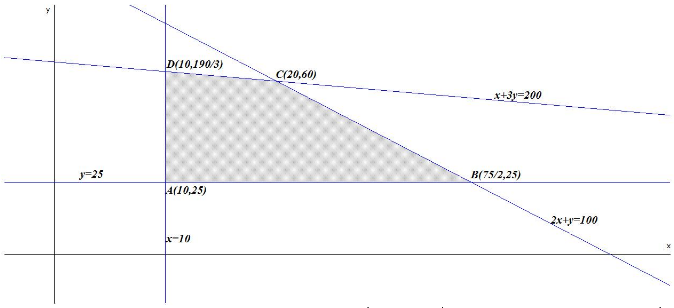
Problema 3.1 Una empresa se dedica a elaborar lotes de productos que ese venden en supermercados. En estos momentos están empaquetando dos lotes diferentes. El lote de tipo A tiene 1 pendrive, 2 botellas de vino, y el transporte cuesta 0,90 euros. El lote de tipo B tiene 3 pendrive, 1 botella de vino, y cuesta 1,50 euros transportarlo. La empresa dispone de 200 pendrive y 100 botellas de vino, y han de elaborar, al menos, 10 lotes del tipos A y 25 del tipo B.
¿Cuántos lotes de cada clase han de elaborar para que los gastos en transporte sean mínimos?
Se ha de plantear el problema como un problema de programación lineal, dibujando la región factible de soluciones, determinando y dibujando sus vértices.

Solución:
LLamamos x : nº de lotes A e y : nº de lotes B.

	Pendrive	Vino	Gasto
A	1	2	$0,90$
B	3	1	$1,50$
	≤ 200	≤ 100	

La función objetivo es: $f(x,y) = 0,90x + 1,50y$ La región factible es:

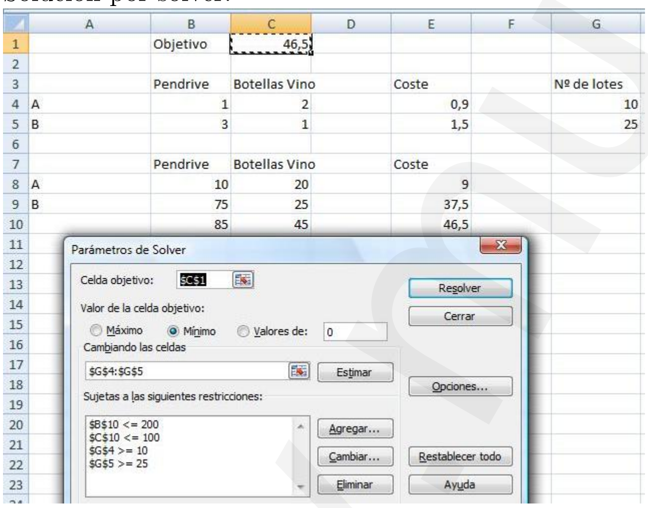
$$\begin{cases} x + 3y \leq 200 \\ 2x + y \leq 100 \\ x \geq 10 \\ y \geq 25 \end{cases}$$



Los vértices son: $A(10,25)$, $B\left(\dfrac{75}{2},25\right)$, $C(20,60)$ y $D\left(10,\dfrac{190}{3}\right)$.

$$\begin{cases} f(10,25) = 46,5 \ \text{Mínimo} \\ f\left(\dfrac{75}{2},25\right) = 71,25 \\ f(20,60) = 108 \\ f\left(10,\dfrac{190}{3}\right) = 104 \end{cases}$$

De lotes A tiene que elaborar 10 y 25 de lotes B para tener un gasto mínimo de 46,5 euros. Solución por solver:



3.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 3.2 KSE es una empresa que fabrica dos modelos de guantes: un modelo normal y un modelo de lujo. La empresa tiene disponibles 900 horas de tiempo en el departamento de producción, 300 horas al departamento de acabado y 100 horas en el departamento de empaquetado. Las horas necesarias de cada departamento por pares de guantes y los beneficios, en euros, se dan en la tabla siguiente:

	Producción	Acabado	Empaquetado	Beneficio
Normal	1	1/2	1/8	4
Lujo	3/2	1/3	1/4	8

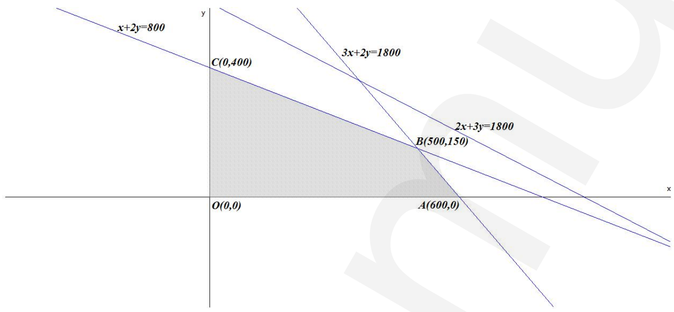
¿Cuántos pares de cada modelo deben fabricar para maximizar el beneficio? ¿Cuál es este beneficio?
Se debe plantear el problema como un problema de programación o lineal, dibujando la región o factible de soluciones y determinante y dibujando sus vértices.

Solución:
LLamamos x : nº de pares normales e y : nº de pares de lujo.

	Producción	Acabado	Empaquetado	Beneficio
Normal	1	1/2	1/8	4
Lujo	3/2	1/3	1/4	8
	900	300	100	

La función objetivo es: $f(x,y) = 4x + 8y$ La región factible es:

$$\left\{\begin{array}{l} x + \frac{3}{2}y \le 900 \\ \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y \le 300 \\ \\ \frac{1}{8}x + \frac{1}{4}y \le 100 \\ \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} 2x + 3y \le 1800 \\ 3x + 2y \le 1800 \\ x + 2y = 800 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{array}\right.$$

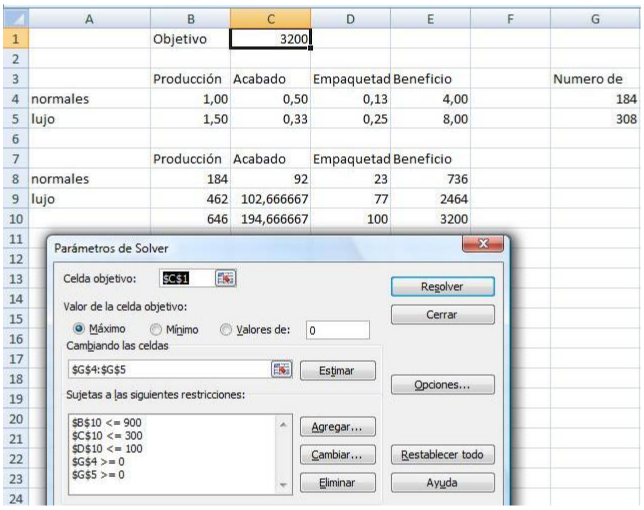


Los vértices son: $A(600,0)$, $B(500,150$ y $C(0,400)$.

$$\left\{\begin{array}{l} f(600,0) = 2400 \\ f(500,150) = 3200 \;\text{ Máximo} \\ f(0,400) = 3200 \;\text{ Máximo} \end{array}\right.$$

La solución será cualquier punto con valores enteros del segmento que une los puntos B y C con un beneficio de 3200 euros. Las soluciones cumplirán $y = \dfrac{800 - x}{2}$ cuando $x \in [0, 500]$ y sólo valdrían valores enteros.

Una solución por solver:



4. Islas Canarias

4.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

Problema 4.1 Una guagua de Madrid a París ofrece hasta 90 plazas de dos tipos: A (al precio de 65 euros y con 30 kgr. de equipaje), y B (al precio de 95 euros y con 50 kgr. de equipaje). Si la guagua admite hasta 3000 Kg. de equipaje y se quiere maximizar el ingreso total por la venta de plazas:

a) Formular el correspondiente problema de programación lineal y representar la región factible.

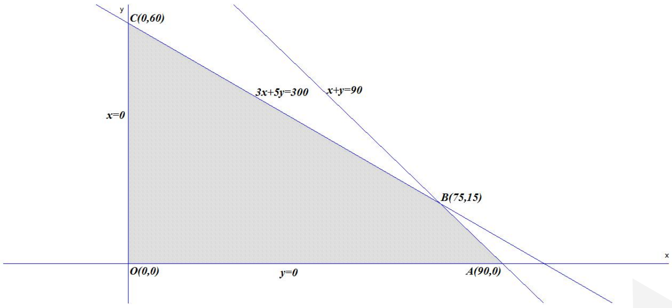
b) ¿Cuántas plazas de cada tipo determinan la solución óptima? ¿Cuál es el ingreso total óptimo?

Solución: LLamamos x : nº de plazas A e y : nº de plazas B.

	Número	Peso	Precio
A	1	30	65
B	1	50	95
	≤ 90	≤ 3000	

a) La región factible es:

$$\begin{cases} x+y \leq 90 \\ 30x+50y \leq 3000 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y \leq 90 \\ 3x+5y \leq 300 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

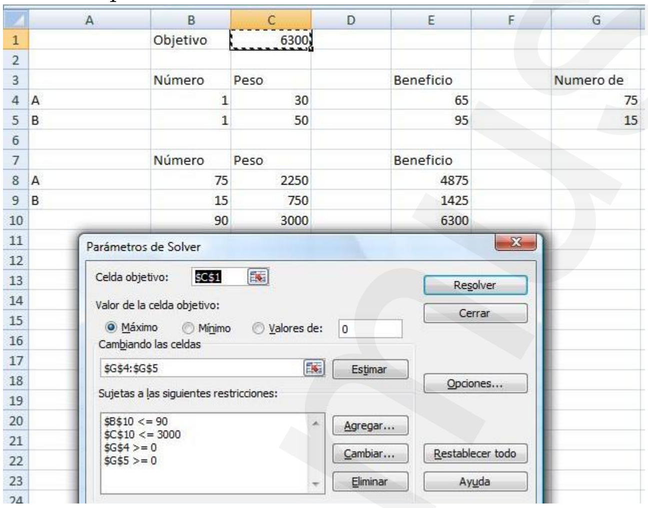


Los vértices son: $A(90,0)$, $B(75,15)$ y $C(0,60)$.

b) $f(x,y) = 65x + 95y$

$$\begin{cases} f(90,0) = 5850 \\ f(75,15) = 6300 \ \text{Máximo} \\ f(0,60) = 5700 \end{cases}$$

Se deben vender 75 plazas A y 15 plazas B por un valor máximo de 6300 euros.
Solución por solver:



	A	B	C	D	E	F	G
1		Objetivo	6300				
2							
3		Número	Peso		Beneficio		Numero de
4	A	1	30		65		75
5	B	1	50		95		15
6							
7		Número	Peso		Beneficio		
8	A	75	2250		4875		
9	B	15	750		1425		
10		90	3000		6300		

4.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 4.2 Una carpintería construye mesas y armarios de oficina utilizando tableros de aglomerado de idéntica medida. Para construir una mesa se requieren 2,5 tableros, y para construir una estantería se necesitan 6 tableros. Para ensamblar las piezas se utilizan 10 tornillos en cada mesa y 60 tornillos en cada estantería. El almacén dispone de 740 tableros y 6200 tornillos. Por cada mesa se obtiene un beneficio de 80 euros, por cada estantería un beneficio de 120 euros y se tiene que satisfacer una demanda mínima de 50 mesas y 60 estanterías. Suponiendo que siempre se vende toda la producción, si se quiere maximizar los beneficios:

a) Formular el correspondiente problema de programación lineal y representar la región factible.

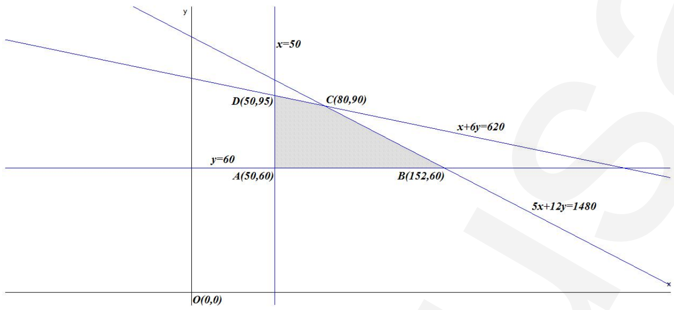
b) ¿Cuántas mesas y estanterías se deben fabricar con los tableros y tornillos disponibles en el almacén? ¿Cuál es el valor del beneficio óptimo?

Julio 2019 (Islas Canarias)
Solución: LLamamos x : nº de mesas e y : nº de estanterías.

	Tableros	Tornillos	Beneficio
Mesas	$2,5$	10	80
Estanterías	6	60	120
	≤ 740	≤ 6200	

a) La región factible es:

$$\begin{cases} 2,5x + 6y \leq 740 \\ 10x + 60y \leq 6200 \\ x \geq 50 \\ y \geq 60 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 5x + 12y \leq 1480 \\ x + 6y \leq 620 \\ x \geq 50 \\ y \geq 60 \end{cases}$$

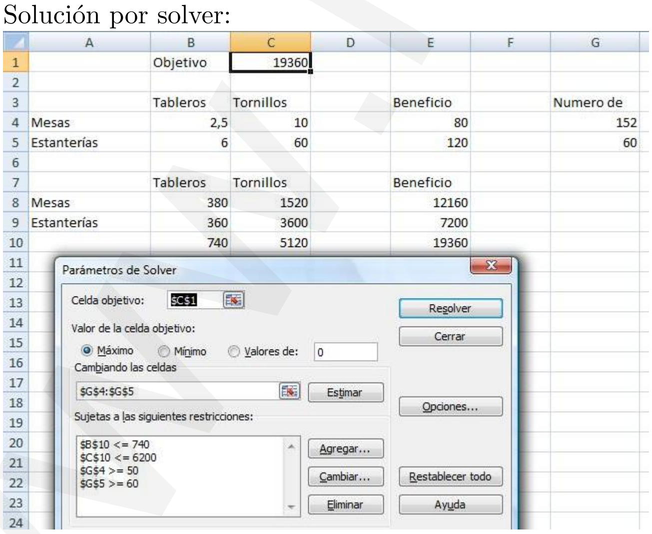


Los vértices son: $A(50,60)$, $B(152,60)$, $C(80,90)$ y $D(50,95)$.

b) $f(x,y) = 80x + 120y$

$$\begin{cases} f(50,60) = 11200 \\ f(152,60) = 19360 \ \text{Máximo} \\ f(80,90) = 17200 \\ f(50,95) = 15400 \end{cases}$$

Se deben fabricar 152 mesas y 60 estanterías con un beneficio máximo de 19360 euros.
Solución por solver:



	A	B	C	D	E	F	G
1		Objetivo	19360				
2							
3		Tableros	Tornillos		Beneficio		Numero de
4	Mesas	2,5	10		80		152
5	Estanterías	6	60		120		60
6							
7		Tableros	Tornillos		Beneficio		
8	Mesas	380	1520		12160		
9	Estanterías	360	3600		7200		
10		740	5120		19360		

5. Cantabria

5.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

No hubo problemas de este tipo.

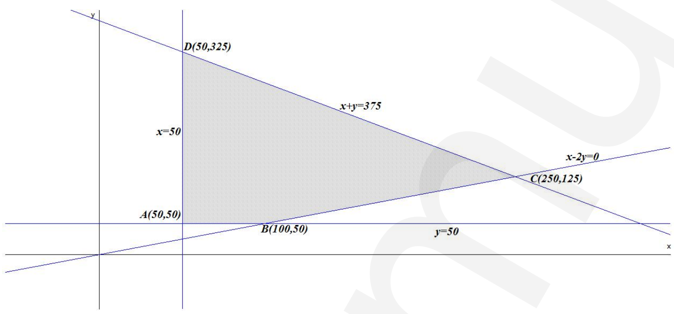
5.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 5.1 Una empresa textil confecciona dos estampados diferentes: A y B. Debe satisfacer una demanda de al menos 50 rollos de tela del estampado A; y de al menos 50 rollos del estampado B. Los ingresos obtenidos por rollo de tela son de 30 euros para el estampado A y de 20 euros para el B. Por otro lado, el número de rollos del B no debe ser inferior a la mitad de rollos del estampado A. Además, la capacidad del almacén es de 375 rollos. ¿Cuántos rollos de tela de cada tipo de estampado debe producir para obtener unos ingresos máximos?

Solución:

LLamamos x : nº de rollos de A e y : nº de rollos de B. La región factible es:

$$\begin{cases} y \geq \frac{x}{2} \\ x + y \leq 375 \\ x \geq 50 \\ y \geq 50 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ x + y \leq 375 \\ x \geq 50 \\ y \geq 50 \end{cases}$$

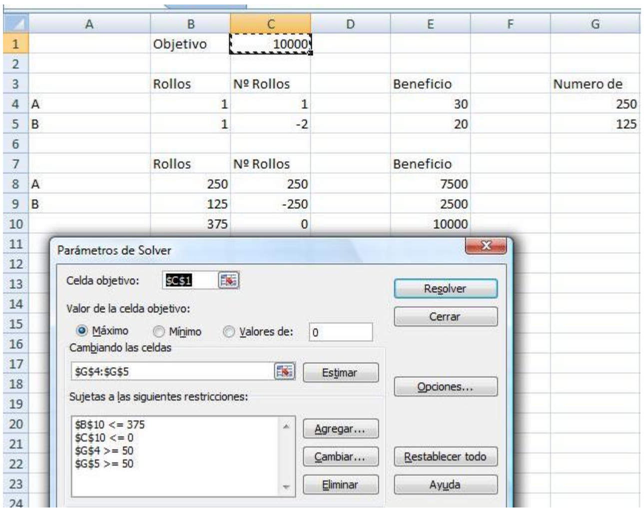


Los vértices son: $A(50,50)$, $B(100,50)$, $C(250,125)$ y $D(50,325)$.

$f(x,y) = 30x + 20y$

$$\begin{cases} f(50,50) = 2500 \\ f(100,50) = 4000 \\ f(250,125) = 10000 \ \text{Máximo} \\ f(50,325) = 8000 \end{cases}$$

Se deben producir 250 rollos tipo A y 125 de B unos ingresos máximos de 10000 euros.
Solución por solver:



6. Castilla León

6.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

No hubo problemas de este tipo.

6.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

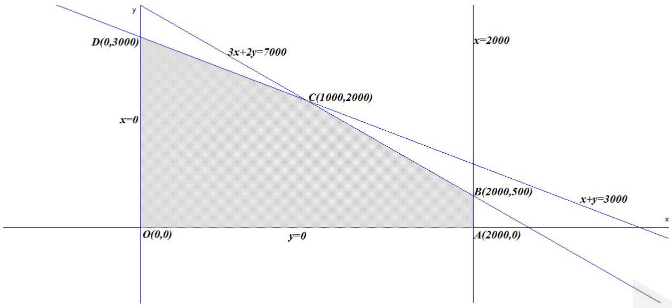
Problema 6.1 Un comerciante dispone de 350000 euros para comprar dos modelos de lámparas. El modelo A tiene un coste de 150 euros y produce, por cada unidad que se vende, un beneficio de 15 euros. El modelo B tiene un coste de 100 euros y produce, por cada unidad que se vende, un beneficio de 11 euros. Por experiencia sabe que sólo puede almacenar 3000 lámparas como máximo y que puede vender como máximo 2000 lámparas del modelo A. Determina, utilizando técnicas de programación lineal, cuántas lámparas de cada modelo debe comprar para maximizar el beneficio conseguido en las ventas. Calcula ese beneficio máximo.

Solución: LLamamos x : nº de modelos A e y : nº de modelos B.

	Número	Coste	Beneficio
A	1	150	15
B	1	100	11
	≤ 3000	≤ 35000	

a) La región factible es:

$$\left\{\begin{array}{l} x+y\leq 3000\\ 150x+100y\leq 350000\\ x\leq 2000\\ x\geq 0\\ y\geq 0\end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x+y\leq 3000\\ 3x+2y\leq 7000\\ x\leq 2000\\ x\geq 0\\ y\geq 0\end{array}\right.$$



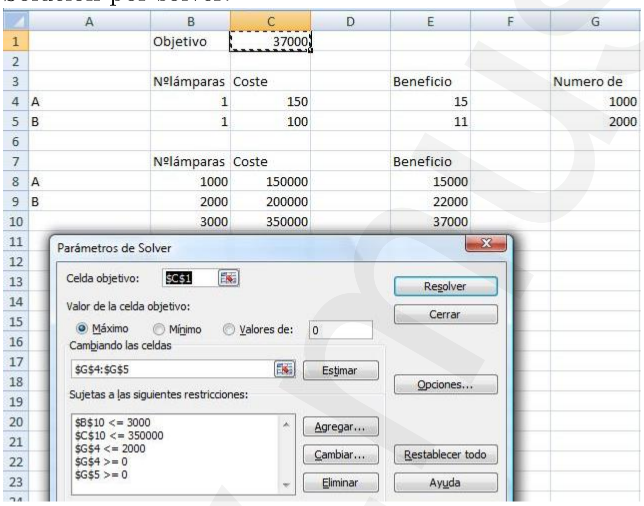
Los vértices son: $A(2000,0)$, $B(2000,500)$, $C(1000,2000)$ y $D(0,3000)$.

b) $f(x,y) = 15x + 11y$

$$\begin{cases} f(2000,0) = 30000 \\ f(2000,500) = 35500 \\ f(1000,2000) = 37000 \ \text{ Máximo} \\ f(0,3000) = 33000 \end{cases}$$

Se deben comprar 1000 lámparas del modelo A y 2000 del modelo B con un beneficio máximo de 37000 euros.

Solución por solver:



	A	B	C	D	E	F	G
1		Objetivo	37000				
2							
3		Nºlámparas	Coste		Beneficio		Numero de
4	A	1	150		15		1000
5	B	1	100		11		2000
6							
7		Nºlámparas	Coste		Beneficio		
8	A	1000	150000		15000		
9	B	2000	200000		22000		
10		3000	350000		37000		

7. Castilla La Mancha

7.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2018

Problema 7.1 En el siguiente problema de programación lineal optimiza la función $f(x,y) = 3x + 4y$ sujeta a las siguientes restricciones:

$$x + y \geq 2; \ \ x \leq y; \ \ 0 \leq y \leq 2; \ \ x \geq 0$$

a) Dibuja la región factible.

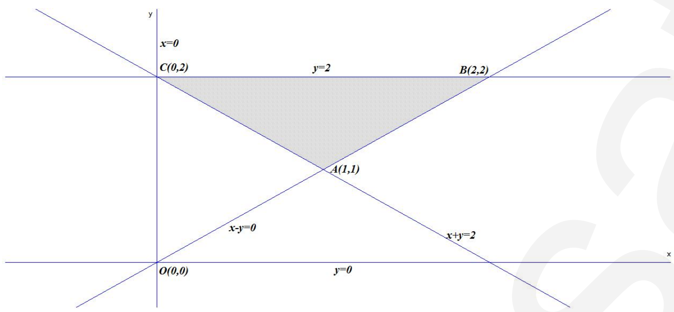
b) Determina los vértices de la región factible.

c) Indica el máximo y el mínimo y sus respectivos valores.

Solución:

a) La región factible es:

$$\begin{cases} x + y \geq 2 \\ x \leq y \\ 0 \leq y \leq 2 \\ x \geq 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y \geq 2 \\ x - y \leq 0 \\ y \leq 2 \\ y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

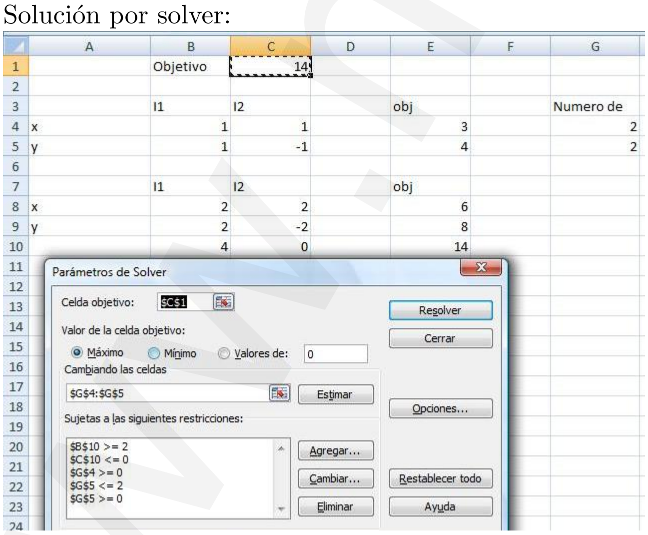


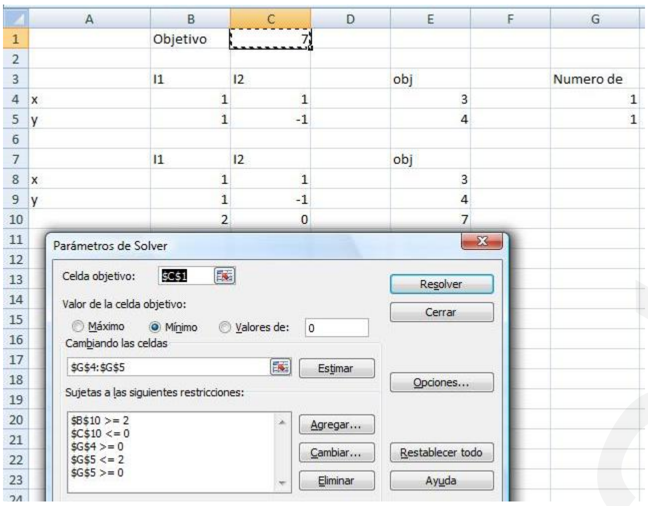
b) Los vértices son: $A(1,1)$, $B(2,2)$ y $C(0,2)$.

c) $f(x,y) = 3x + 4y$

$$\begin{cases} f(1,1) = 7 \ \text{Mínimo} \\ f(2,2) = 14 \ \text{Máximo} \\ f(0,2) = 8 \end{cases}$$

El máximo se encuentra en el punto $B(2,2)$ con un valor de 14 unidades. El mínimo se encuentra en el punto $A(1,1)$ con un valor de 7 unidades.
Solución por solver:





7.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 7.2 En un taller se confeccionan prendas vaqueras con dos tipos de tejidos de distinta calidad (T_1, T_2). Disponen de 160 m^2 del tejido T_1 y 240 m^2 del tejido T_2. Hacen dos conjuntos: Uno con chaqueta y falda y otro con cazadora y pantalón. El primero utiliza 2 m^2 de T_1 y 2 m^2 de T_2, el conjunto del pantalón utiliza 1 m^2 de T_1 y 3 m^2 de T_2. El conjunto con falda cuesta 250 euros y el del pantalón 350 euros.

a) Expresa la función objetivo.

b) Escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido.

c) Calcula el número de conjuntos de cada tipo que deben hacer para obtener máximas ganancias.

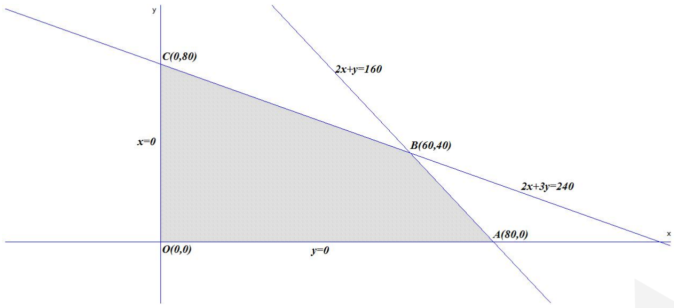
Solución:
LLamamos x : nº de chaquetas con falda e y : nº de cazadoras con pantalón.

	T_1	T_2	Venta
Chaquetas	2	2	250
Cazadoras	1	3	350
	≤ 160	≤ 240	

a) La función objetivo es: $f(x,y) = 250x + 350y$

b) La región factible es:

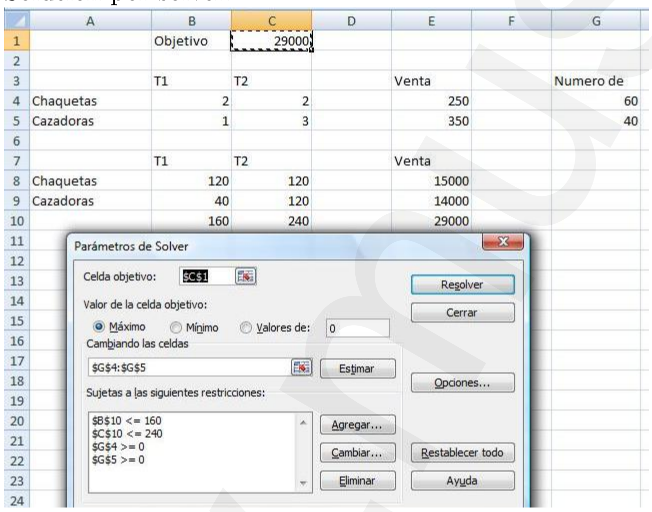
$$\begin{cases} 2x + y \leq 160 \\ 2x + 3y \leq 240 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



c) Los vértices son: $A(80,0)$, $B(60,40)$ y $C(0,80)$.

$$\begin{cases} f(80,0) = 20000 \\ f(60,40) = 29000 \ \text{Máximo} \\ f(0,80) = 28000 \end{cases}$$

De chaquetas con faldas tiene que vender 60 y 40 de cazadoras con pantalón con un valor máximo de 29000 euros.
Solución por solver:



	A	B	C	D	E	F	G
1		Objetivo	29000				
2							
3		T1	T2		Venta		Numero de
4	Chaquetas	2	2		250		60
5	Cazadoras	1	3		350		40
6							
7		T1	T2		Venta		
8	Chaquetas	120	120		15000		
9	Cazadoras	40	120		14000		
10		160	240		29000		

8. Cataluña

8.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

Problema 8.1 En una fábrica se dispone de 80 kg de acero y 120 kg de aluminio para fabricar bicicletas de montaña y de paseo, que se venderán a 200 euros y 150 euros, respectivamente. Para fabricar una bicicleta de montaña son necesarios 1 kg de acero y 3 kg de aluminio, y para fabricar una de paseo, 2 kg de cada uno de los dos metales.

a) Determine la función objetivo y las restricciones, y dibuje la región factible.

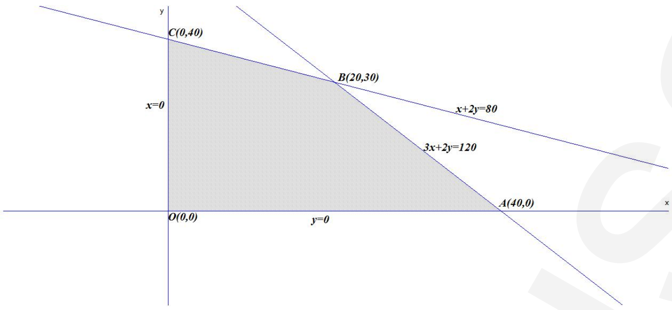
b) Calcule cuántas bicicletas de cada tipo hay que fabricar para obtener el máximo beneficio y diga cuál es este beneficio.

Solución:
LLamamos x : nº de bicicletas de montaña e y : nº de bicicletas de paseo.

	Acero	Aluminio	Venta
montaña	1	3	200
paseo	2	2	150
	≤ 80	≤ 120	

La región factible es:

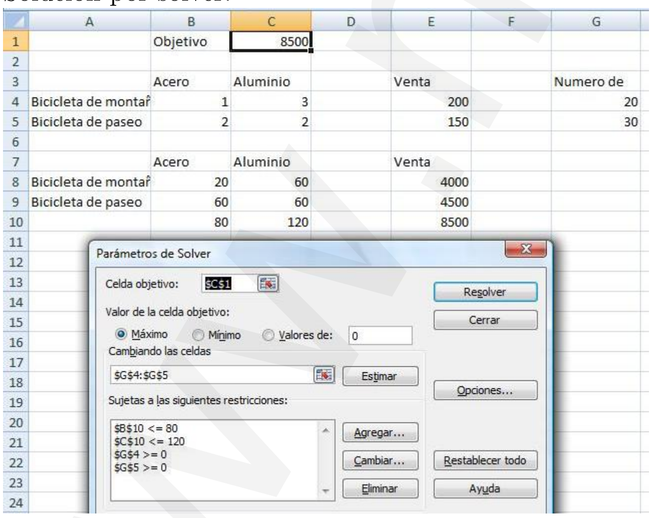
$$\begin{cases} x + 2y \leq 80 \\ 3x + 2y \leq 120 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



Los vértices son: $A(40, 0)$, $B(20, 30)$ y $C(0, 40)$.
$f(x, y) = 200x + 150y$

$$\begin{cases} f(40, 0) = 8000 \\ f(20, 30) = 8500 \text{ Máximo} \\ f(0, 40) = 6000 \end{cases}$$

Se deben fabricar 20 bicicletas de montaña y 30 bicicletas de paseo con un beneficio máximo de 8500 euros.
Solución por solver:



	A	B	C	D	E	F	G
1		Objetivo	8500				
2							
3		Acero	Aluminio		Venta		Numero de
4	Bicicleta de montañ	1	3		200		20
5	Bicicleta de paseo	2	2		150		30
6							
7		Acero	Aluminio		Venta		
8	Bicicleta de montañ	20	60		4000		
9	Bicicleta de paseo	60	60		4500		
10		80	120		8500		

Problema 8.2 La empresa de deporte de aventura Xtrem prepara para la última semana de junio dos paquetes: el paquete básico (PB) y el paquete súper (PS). El PB incluye una bajada

de rafting, una bajada haciendo barranquismo y un salto en caída libre haciendo puenting, y tiene un precio de 50 euros. Por otro lado, el PS incluye tres bajadas de rafting, dos de barranquismo y un puenting, y el precio es de 120 euros.
Por limitaciones climáticas y de personal, solo se pueden hacer 12 bajadas de rafting, 9 haciendo barranquismo y 8 puentings. Para hacer la promoción turística, se quiere saber qué combinación de paquetes proporciona más ingresos.

a) Encuentre las inecuaciones que han de cumplir todas las posibles combinaciones de paquetes. Dibuje la región del plano donde se encuentran estas posibles soluciones y encuentre la función que da los ingresos en función del número de paquetes de cada tipo.

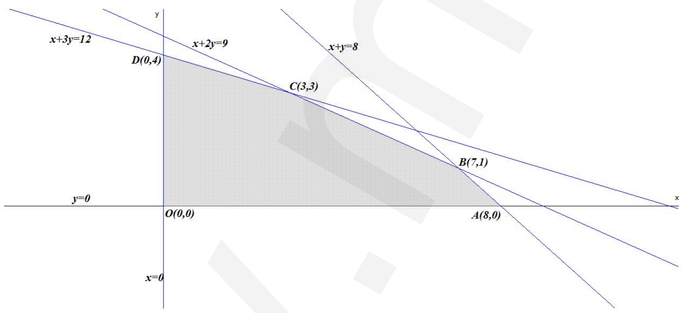
b) Encuentre el número de paquetes de cada tipo que tiene que ofrecer la empresa para obtener los ingresos máximos y diga cuáles serían estos ingresos.

Solución:
LLamamos x : nº de paquetes básicos e y : nº de paquetes súper.

	rafting	barranquismo	puenting	Venta
PB	1	1	1	50
PS	3	2	1	120
	≤ 12	≤ 9	≤ 8	

a) La región factible es:

$$\begin{cases} x + 3y \leq 12 \\ x + 2y \leq 9 \\ x + y \leq 8 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

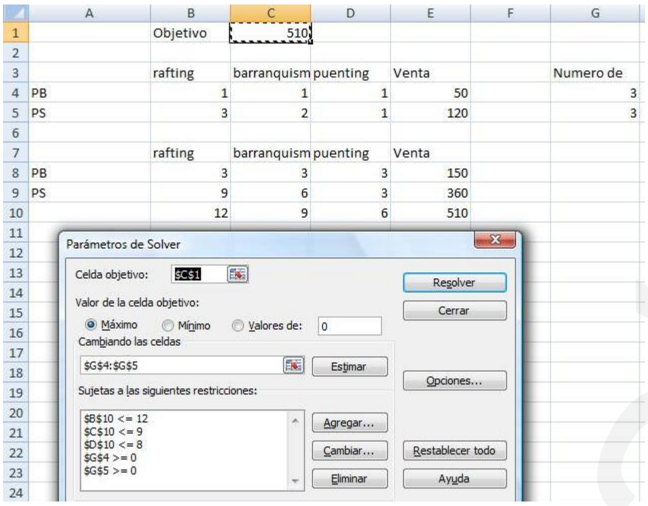


Los vértices son: $A(8,0)$, $B(7,1)$, $C(3,3)$ y $D(0,4)$.

b) $f(x,y) = 50x + 120y$

$$\begin{cases} f(8,0) = 400 \\ f(7,1) = 470 \\ f(3,3) = 510 \text{ Máximo} \\ f(0,4) = 480 \end{cases}$$

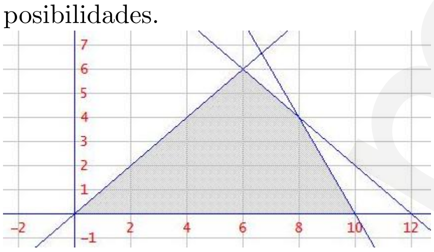
Se deben realizar 3 paquetes básicos y 3 paquetes súper con un beneficio máximo de 510 euros.
Solución por solver:



	A	B	C	D	E	F	G
1		Objetivo	510				
2							
3		rafting	barranquism	puenting	Venta		Numero de
4	PB	1	1	1	50		3
5	PS	3	2	1	120		3
6							
7		rafting	barranquism	puenting	Venta		
8	PB	3	3	3	150		
9	PS	9	6	3	360		
10		12	9	6	510		

8.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 8.3 Un horno artesano hace dos tipos de panecillos, los integrales y los de cereales. En su elaboración, además de la harina correspondiente, se usa levadura de masa madre y agua. La cantidad de levadura de masa madre y de agua que se utiliza en la elaboración de cada panecillo depende de si se trata de un panecillo integral o de cereales.
Se quiere saber cuántos panecillos de cada tipo se pueden hacer. Después de comprobar la cantidad de masa madre y de agua de que se dispone, y teniendo en cuenta que la cantidad de panecillos de cereales no puede superar la de panecillos integrales, se obtiene la siguiente región con todas las posibilidades.



En el gráfico, el eje de las x representa el número de panecillos integrales y el de las y, el número de panecillos de cereales.

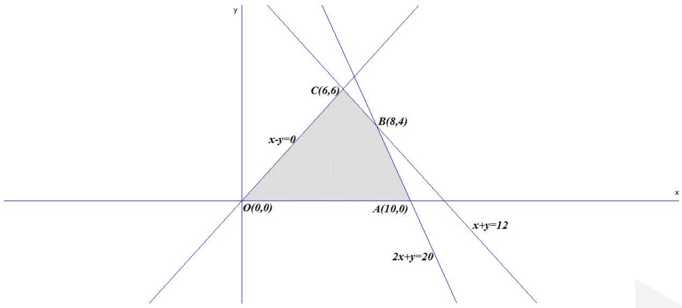
a) Escriba las inecuaciones que dan lugar a esta región factible.

b) Si los panecillos integrales se venden a 8 euros cada unidad y los de cereales a 10 euros, ¿cuántos panecillos de cada tipo se tienen que vender para obtener los máximos ingresos? ¿Cuáles son estos máximos ingresos?

Solución:
LLamamos x : número de panecillos integrales e y : número de panecillos de cereales.

a) La región factible es:

$$\begin{cases} x - y \geq 0 \\ x + y \leq 12 \\ 2x + y \leq 20 \\ y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

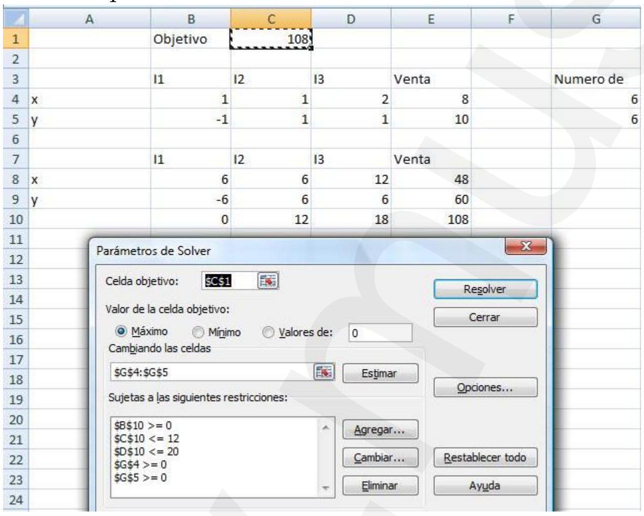


Los vértices son: $A(10,0)$, $B(8,4)$ y $C(6,6)$.

b) La función objetivo es: $f(x,y) = 8x + 10y$

$$\begin{cases} f(10,0) = 80 \\ f(8,4) = 104 \\ f(6,6) = 108 \ \text{Máximo} \end{cases}$$

El máximo es de 108 euros y se encuentra vendiendo 6 panecillos integrales y 6 panecillos de cereales.
Solución por solver:



	A	B	C	D	E	F	G
1		Objetivo	108				
2							
3		I1	I2	I3	Venta		Numero de
4	x	1	1	2	8		6
5	y	-1	1	1	10		6
6							
7		I1	I2	I3	Venta		
8	x	6	6	12	48		
9	y	-6	6	6	60		
10		0	12	18	108		

9. País Vasco

9.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

Problema 9.1 Una pastelera fabrica dos tipos de tartas. La tarta de tipo A se elabora con 1 kg. de masa y 1,5 kg. de chocolate, y se vende a 24 euros. La de tipo B se vende a 30 euros y se elabora con 1,5 kg. de masa y 1 kg. de chocolate, tal como aparece en la siguiente tabla:

	Masa	Chocolate
A	$1\,\text{kg}$	$1,5\,\text{kg}$
B	$1,5\,\text{kg}$	$1\,\text{kg}$

Si la pastelera sólo dispone de 300 kg. de cada ingrediente, ¿cuántas tartas ha de fabricar de cada tipo para obtener el máximo ingreso? Calcula el valor de dicho ingreso.

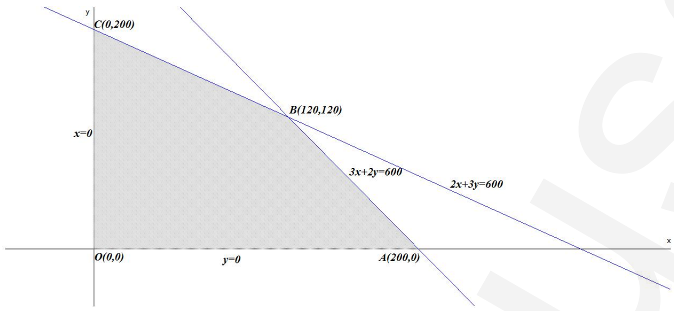
Solución:

LLamamos x : nº de tartas tipo A e y : nº de tartas tipo B.

	Masa	Chocolate	Beneficio
A	1	$1,5$	24
B	$1,5$	1	30
	≤ 300	≤ 300	

La región factible es:

$$\begin{cases} x + 1,5y \leq 300 \\ 1,5x + y \leq 300 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 2x + 3y \leq 600 \\ 3x + 2y \leq 600 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



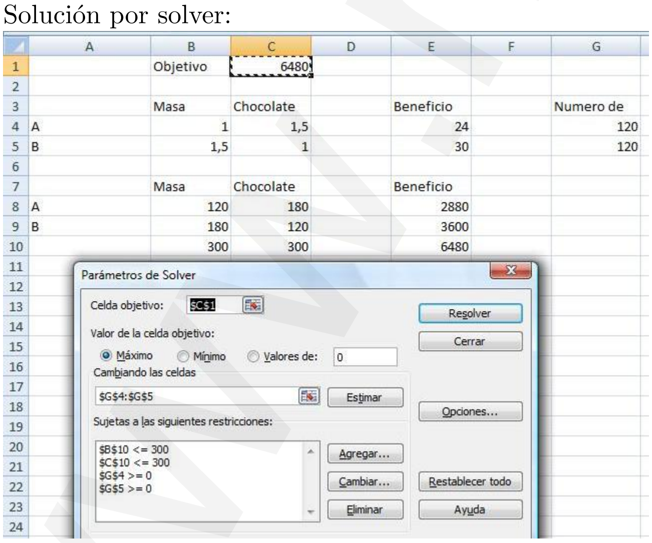
Los vértices son: $A(200,0)$, $B(120,120)$ y $C(0,200)$.

$f(x,y) = 24x + 30y$

$$\begin{cases} f(200,0) = 4800 \\ f(120,120) = 6480 \ \text{Máximo} \\ f(0,200) = 6000 \end{cases}$$

Se deben producir 120 tartas tipo A y 120 de B con un beneficio máximo de 6480 euros.

Solución por solver:



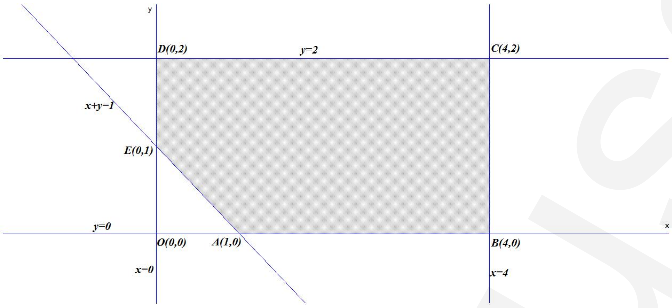
9.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 9.2 Sea la región definida por las inecuaciones:

$$x + y - 1 \geq 0;\ \ 0 \leq x \leq 4;\ \ 0 \leq y \leq 2$$

Determinar los puntos de dicha región en los que la función $F(x, y) = 4x + 2y$ alcanza sus valores máximo y mínimo. Calcular los valores de la función en dichos puntos.
Solución:
La función objetivo es: $F(x, y) = 4x + 2y$
La región factible es:

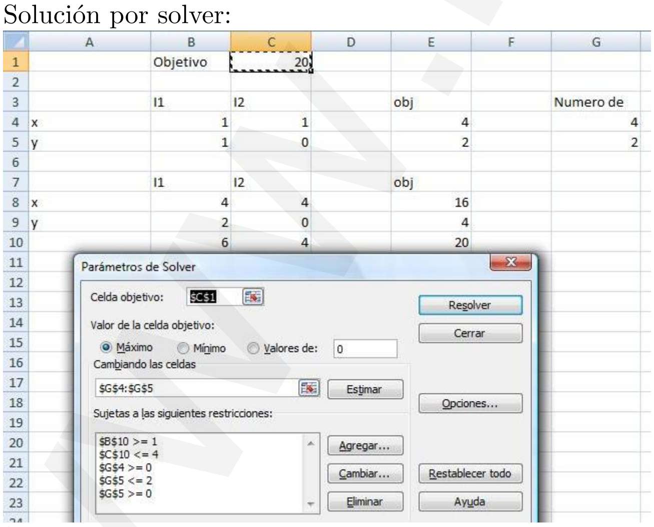
$$\left\{\begin{array}{l} x + y - 1 \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 4 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x + y \geq 1 \\ x \leq 4 \\ y \leq 2 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right.$$



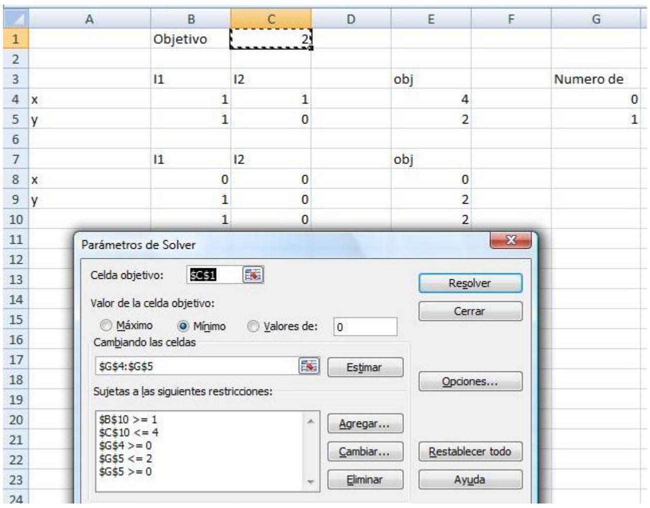
Los vértices son: $A(1, 0)$, $B(4, 0)$, $C(4, 2)$, $D(0, 2)$ y $E(0, 1)$.

$$\left\{\begin{array}{l} F(1, 0) = 4 \\ F(4, 0) = 16 \\ F(4, 2) = 20 \ \text{ Máximo} \\ F(0, 2) = 4 \\ F(0, 1) = 2 \ \text{ Mínimo} \end{array}\right.$$

El máximo se encuentra en el punto $C(4, 2)$ con un valor de 20 unidades. El mínimo se encuentra en el punto $E(0, 1)$ con un valor de 2 unidades.
Solución por solver:



	A	B	C	D	E	F	G
1		Objetivo	20				
2							
3		I1	I2		obj		Numero de
4	x	1	1		4		4
5	y	1	0		2		2
6							
7		I1	I2		obj		
8	x	4	4		16		
9	y	2	0		4		
10		6	4		20		



10. Extremadura

10.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

Problema 10.1 Una tienda de electrodomésticos desea adquirir, para su venta posterior, dos tipos de cocinas: vitrocerámicas y de inducción, disponiendo para ello de 3000 euros. Cada cocina vitrocerámica le cuesta 100 euros y cada cocina de inducción 200 euros. El almacén solo tiene espacio para un total de 20 cocinas. El beneficio obtenido por cada vitrocerámica es del 30 % de su precio de coste y el beneficio de cada cocina de inducción es del 25 % también sobre su precio de coste. Además, por razones de mercado el número de cocinas de inducción no puede ser superior a 12. Se pide determinar, justificando las respuestas:

a) ¿Cuántas cocinas de cada tipo debe comprar para obtener el máximo beneficio?

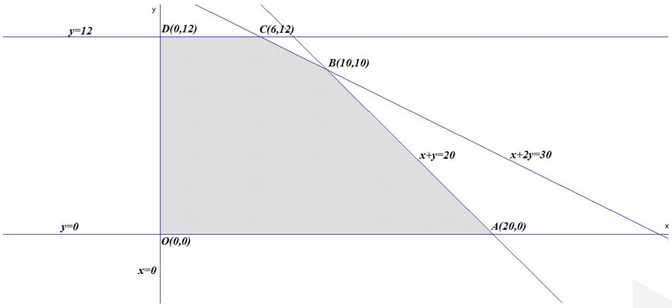
b) ¿Cuál es el valor de dicho beneficio máximo?

Solución:
LLamamos x : nº de vitrocerámicas e y : nº de placas de inducción.

	Coste	Cantidad	Beneficio
Vitrocerámicas	100	1	30
Inducción	200	1	50
	≤ 3000	≤ 20	

a) La región factible es:

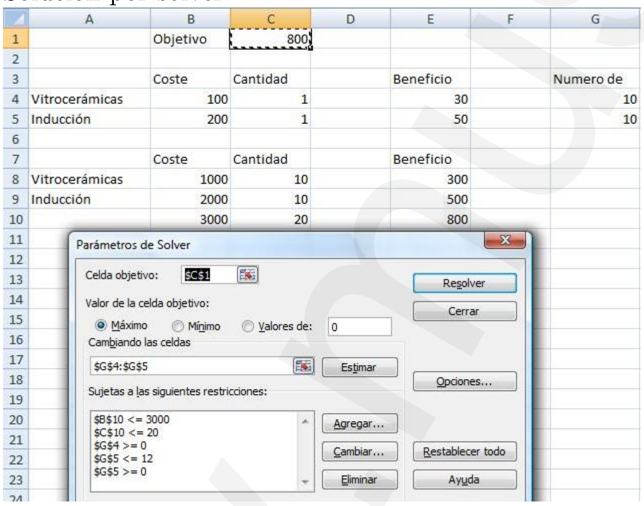
$$\begin{cases} 100x + 200y \leq 3000 \\ x + y \leq 20 \\ y \leq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + 2y \leq 30 \\ x + y \leq 20 \\ y \leq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



Los vértices son: $A(20,0)$, $B(10,10)$, $C(6,12)$ y $D(0,12)$.
La función objetivo es: $f(x,y) = 30x + 50y$

$$\begin{cases} f(20,0) = 600 \\ f(10,10) = 800 \text{ Máximo} \\ f(6,12) = 780 \\ f(0,12) = 600 \end{cases}$$

b) De vitrocerámicas tiene que vender 10 y 10 de placas de inducción con un beneficio máximo de 800 euros.
Solución por solver:



10.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 10.2 Un taller industrial fabrica dos clases de motores A y B. Cada motor de clase A requiere 2 horas de montaje y 1 hora de reglaje, con un beneficio de 220 euro, y cada motor de clase B, 3 horas de montaje y 1/2 hora de reglaje con un beneficio de 280 euros.
Si sólo se dispone cada día de 300 horas para el montaje de motores y de 120 horas para su reglaje y el número de motores de la clase B no puede ser superior a 80, se pide, justificando las respuestas:

a) ¿Cuántos motores de cada clase se deben fabricar para obtener el máximo beneficio?

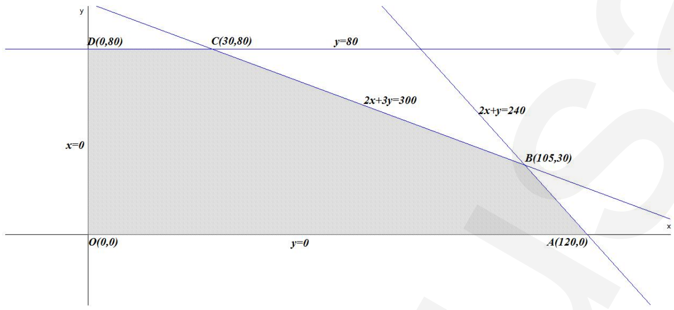
b) ¿Cuál es el valor de dicho beneficio máximo?

Solución:
LLamamos x : nº de motores A e y : nº de motores B.

	Montaje	Reglaje	Beneficio
A	2	1	220
B	3	$0,5$	280
	≤ 300	≤ 120	

a) La región factible es:

$$\left\{\begin{array}{l} 2x+3y\leq 300 \\ x+0,5y\leq 120 \\ y\leq 80 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} 2x+3y\leq 300 \\ 2x+y\leq 240 \\ y\leq 80 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{array}\right.$$

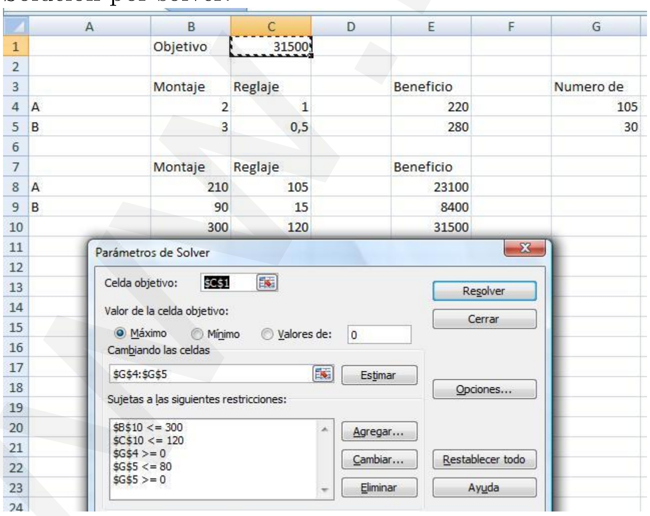


Los vértices son: $A(120,0)$, $B(105,30)$, $C(30,80)$ y $D(0,80)$.

b) $f(x,y)=220x+280y$

$$\left\{\begin{array}{l} f(120,0)=26400 \\ f(105,30)=31500 \ \text{ Máximo} \\ f(30,80)=29000 \\ f(0,80)=22400 \end{array}\right.$$

Se deben fabricar 105 motores del modelo A y 30 del modelo B con un beneficio máximo de 31500 euros.
Solución por solver:



11. Madrid

11.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

Problema 11.1 Una voluntaria quiere preparar helado artesano y horchata de auténtica chufa para un rastrillo solidario. La elaboración de cada litro de helado lleva 1 hora de trabajo y la elaboración de un litro de horchata 2 horas. Como la horchata no necesita leche, sabe que puede preparar hasta 15 litros de helado con la leche que tiene. Para que haya suficiente para todos los asistentes, tiene que preparar al menos 10 litros entre helado y horchata, en un máximo de 20 horas.

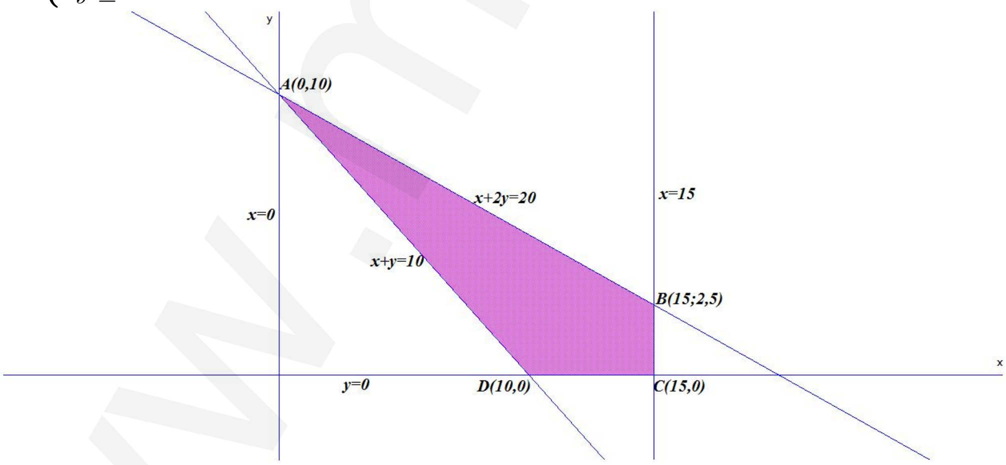
a) Represéntese la región del plano determinada por las restricciones anteriores.

b) Si el beneficio por litro es de 25 euros para el helado y 12 euros para la horchata, obténgase la cantidad de cada producto que se deberá preparar para maximizar el beneficio y calcúlese el beneficio máximo que podría obtenerse.

Solución:
x: litros de helado e y : litros de horchata.

a) Se trata de un problema de programación, hay que optimizar la función objetivo $f(x, y) = 25x + 12y$ calculando su máximo,, sujeto a las restricciones (Región factible):

$$S : \begin{cases} x + y \geq 10 \\ x + 2y \leq 20 \\ x \leq 15 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

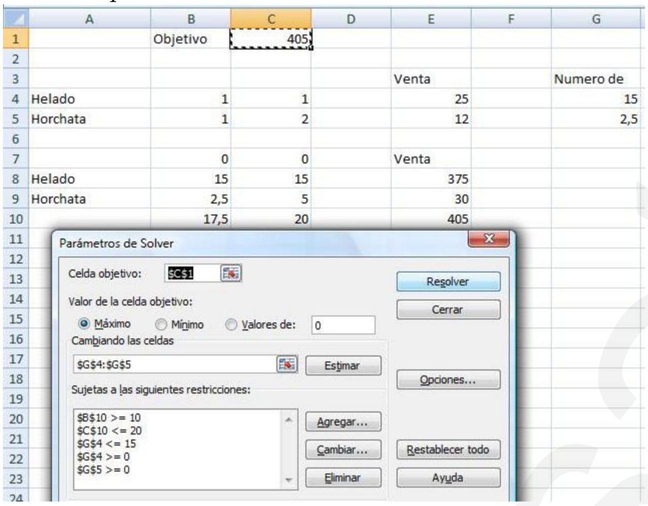


La región S y los vértices a estudiar serán: $A(0, 10)$, $B(15; 5/2)$, $C(15, 0)$ y $D(10, 0)$:

b)

$$\begin{cases} f(0, 10) = 120 \\ f(15; 5/2) = 405 \text{ Máximo} \\ f(15, 0) = 375 \\ f(10, 0) = 250 \end{cases}$$

El máximo es 405 euros y se alcanza en el punto $B(15;5/2))$ lo que supone preparar 15 litros de helado y 2,5 litros de horchata.
Solución por solver:



	A	B	C	D	E	F	G
1		Objetivo	405				
2							
3					Venta		Numero de
4	Helado	1	1		25		15
5	Horchata	1	2		12		2,5
6							
7		0	0		Venta		
8	Helado	15	15		375		
9	Horchata	2,5	5		30		
10		17,5	20		405		

11.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

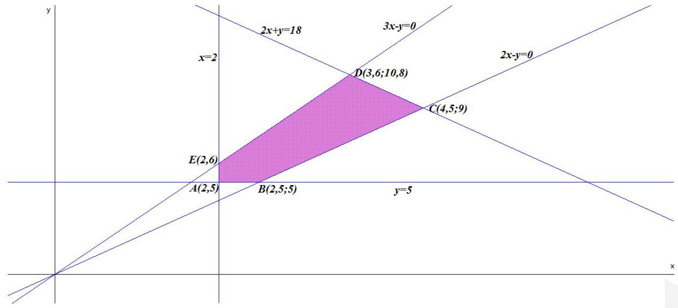
Problema 11.2 Un alcalde quiere instalar un estanque rectangular en un parque de la ciudad con las siguientes características. El estanque deberá tener al menos 2 metros de ancho y al menos 5 metros de largo. Además su largo debe ser al menos 2 veces su ancho pero no más de tres veces su ancho. Cada metro del ancho del estanque cuesta 1000 euros y cada metro de largo 500 euros. Y se cuenta con un presupuesto de 9000 euros.

a) Determínese la región del plano delimitada por las restricciones anteriores sobre las dimensiones del estanque.

b) Si se desea que el estanque respetando esas características tenga el mayor ancho posible, determínense el largo del estanque y su coste.

Solución:
Sea x: ancho e y: largo.

$$\left\{\begin{array}{l} 1000x+500y\le 9000\\ y\ge 2x\\ y\le 3x\\ x\ge 2\\ y\ge 5\end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} 2x+y\le 18\\ 2x-y\le 0\\ 3x-y\ge 0\\ x\ge 2\\ y\ge 5\end{array}\right.$$



Los vértices a estudiar serán: $A(2,5)$, $B(2,5;5)$, $C(4,5;9)$, $D(3,6;10,8)$ y $E(2,6)$. El mayor ancho lo tiene el punto $C(4,5;9)$ con 4,5 m y un coste de $f(4,5;9) = 9000$ euros. ($f(x,y) = 1000x + 500y$)

12. Valencia

12.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

Problema 12.1 Un inversor dispone de 9000 euros y quiere invertir en dos tipos de productos financieros: A y B. La inversión en el producto A debe superar los 5000 euros y, además, esta debe ser el doble, al menos, que la inversión en el producto B. Se sabe que la rentabilidad del producto A es del 2,7 % y la del producto B del 6,3 %.

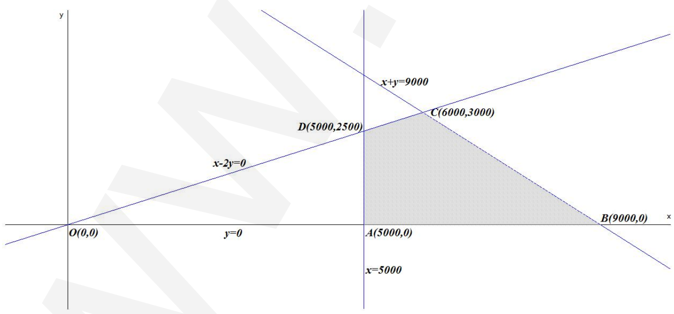
a) ¿Cuánto ha de invertir en cada producto para que la rentabilidad sea máxima?

b) ¿Cuál es esa rentabilidad máxima?

Solución:
LLamamos x : cantidad invertida en A e y : cantidad invertida en B.

a) La región factible es:

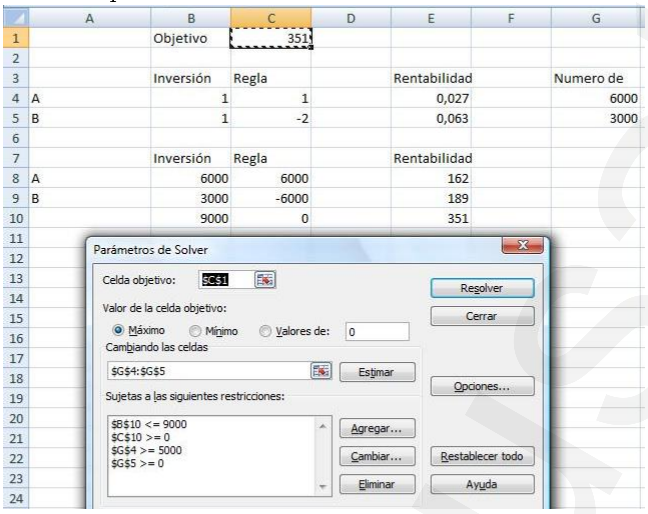
$$\begin{cases} x + y \le 9000 \\ x \ge 2y \\ x \ge 5000 \\ y \ge 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y \le 9000 \\ x - 2y \ge 0 \\ x \ge 5000 \\ y \ge 0 \end{cases}$$



Los vértices son: $A(5000,0)$, $B(9000,0)$, $C(6000,3000)$ y $D(5000,2500)$. La función objetivo es: $f(x,y) = 0,027x + 0,063y$

$$\begin{cases} f(5000,0)=135 \\ f(9000,0)=243 \\ f(6000,3000)=351 \ \text{Máximo} \\ f(5000,2500)=292,5 \end{cases}$$

b) El máximo se encuentra invirtiendo 6000 euros en A y 3000 euros en B con una rentabilidad de 351 euros.
Solución por solver:



12.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 12.2 Un taller fabrica dos productos A y B. La producción de una unidad del producto A requiere 30 minutos para montar las piezas que lo forman y 40 minutos para pintarlo y la producción de una unidad del producto B exige 40 minutos para montar las piezas y 30 minutos para pintarlo. Cada día se puede destinar como máximo 10 horas para montar piezas y 11 horas, también como máximo, para pintar los productos producidos. Cada unidad del producto A se vende a 40 euros y cada unidad del producto B se vende a 35 euros.

a) ¿Cuántas unidades se han de producir cada día de cada producto para obtener el máximo ingreso?

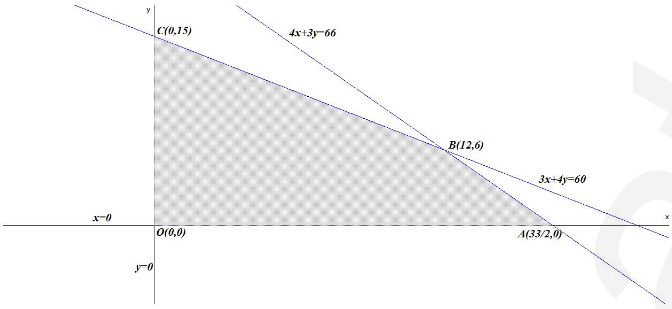
b) ¿Cuál es dicho ingreso máximo?

Solución:
LLamamos x : nº de productos A e y : nº de productos B.

	Montaje	Pintura	Venta
A	30	40	40
B	40	30	35
	≤ 600	≤ 660	

a) La región factible es:

$$\begin{cases} 30x + 40y \leq 600 \\ 40x + 30y \leq 660 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 3x + 4y \leq 60 \\ 4x + 3y \leq 66 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

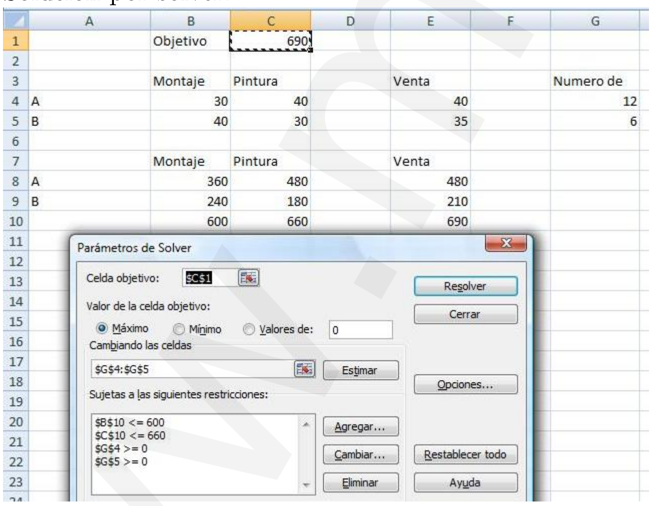


b) Los vértices son: $A(33/2, 0)$, $B(12, 6)$ y $C(0, 15)$.

c) $f(x, y) = 40x + 35y$

$$\begin{cases} f(33/2, 0) = 660 \\ f(12, 6) = 690 \;\; \text{Máximo} \\ f(0, 15) = 525 \end{cases}$$

De productos A tiene que producir 12 y 6 de productos B con un ingreso máximo de 690 euros.
Solución por solver:



	A	B	C	D	E	F	G
1		Objetivo	690				
2							
3		Montaje	Pintura		Venta		Numero de
4	A	30	40		40		12
5	B	40	30		35		6
6							
7		Montaje	Pintura		Venta		
8	A	360	480		480		
9	B	240	180		210		
10		600	660		690		

13. La Rioja

13.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

Problema 13.1 Las restricciones de una problema de programación lineal son las siguientes:

$$x - y \geq 0; \quad y + 2x \leq 9; \quad 2y + x \geq 3; \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

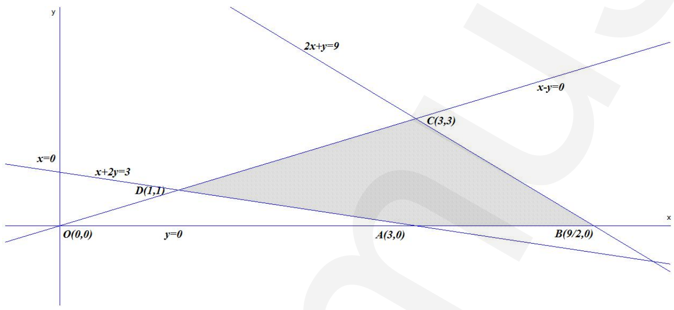
a) Dibuja en el plano la región factible que represente estas restricciones.

b) Los ingresos de una empresa vienen dados por la función $f(x, y) = 2y - 2x + 7$ sujeta a las restricciones anteriores. ¿Para qué valores de x e y obtiene la empresa los máximos ingresos?

Solución:

a) La región factible es:

$$\begin{cases} x - y \geq 0 \\ y + 2x \leq 9 \\ 2y + x \geq 3 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

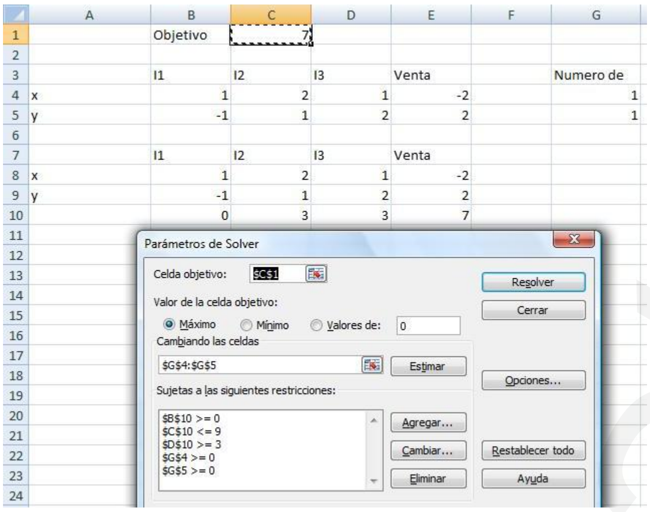


Los vértices son: $A(3,0)$, $B(9/2,0)$, $C(3,3)$ y $D(1,1)$.

b) $f(x, y) = -2x + 2y + 7$

$$\begin{cases} f(3,0) = 1 \\ f(9/2,0) = -2 \\ f(3,3) = 7 \text{ Máximo} \\ f(1,1) = 7 \text{ Máximo} \end{cases}$$

El valor máximo está en cualquier punto del segmento que une los puntos $C(3,3)$, $D(1,1)$ y $(2,2)$. Ese valor será 7.
Solución por solver:



13.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 13.2 Para fabricar coches y cunas de bebé disponemos de 80 kg de acero y 120 kg de aluminio. Cada coche se venderá a 200 euros y cada cuna a 150 euros. Para fabricar un coche son necesarios 1 kg de acero y 3 kg de aluminio y para fabricar una cuna 2 kg de acero y 2 kg de aluminio.

a) Dibuja en el plano la región factible que represente las posibles cantidades de coches y cunas que podemos fabricar (respetando las restricciones del problema)

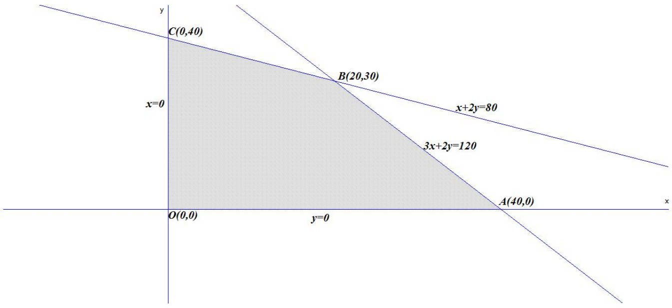
b) Escribe la función que representa los ingresos que se obtienen por las ventas e indica el número de coches y de cunas que se deben fabricar para conseguir los máximos ingresos posibles.

Solución:
LLamamos x : nº de coches e y : nº de cunas.

	Acero	Aluminio	Venta
Coches	1	3	200
Cunas	2	2	150
	≤ 80	≤ 120	

La región factible es:

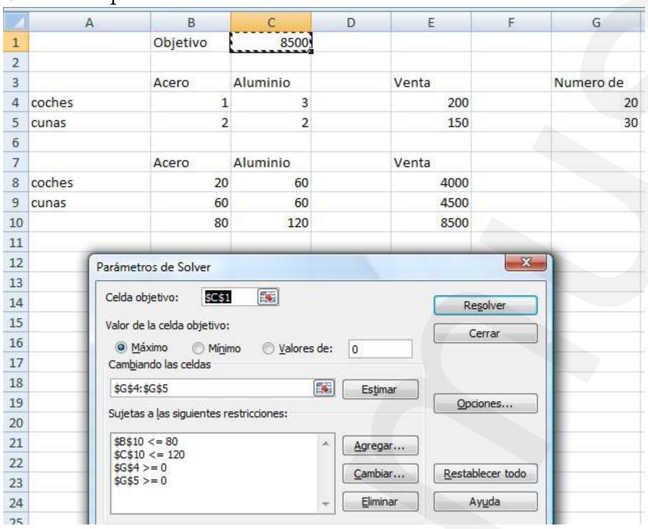
$$\begin{cases} x + 2y \leq 80 \\ 3x + 2y \leq 120 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



Los vértices son: $A(40,0)$, $B(20,30)$ y $C(0,40)$.
$f(x,y)=200x+150y$

$$\begin{cases} f(40,0)=8000 \\ f(20,30)=8500 \ \text{Máximo} \\ f(0,40)=6000 \end{cases}$$

Se deben fabricar 20 coches y 30 cunas con un beneficio máximo de 8500 euros.
Solución por solver:



	A	B	C	D	E	F	G
1		Objetivo	8500				
2							
3		Acero	Aluminio		Venta		Numero de
4	coches	1	3		200		20
5	cunas	2	2		150		30
6							
7		Acero	Aluminio		Venta		
8	coches	20	60		4000		
9	cunas	60	60		4500		
10		80	120		8500		

14. Murcia

14.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

Problema 14.1 En un obrador se elaboran dos tipos de dulces distintos: A y B, siendo sus precios unitarios de 15 euros y 12 euros, respectivamente. Para elaborar un dulce del tipo A se necesitan $\frac{1}{2}$ kilo de azúcar y 8 huevos, mientras que para los del tipo B se requieren 1 kilo de azúcar y 6 huevos. En el obrador solo tienen 10 kilos de azúcar y 120 huevos. ¿Cuántos dulce deben elaborar de cada tipo para que el ingreso obtenido sea máximo? Razone la respuesta.

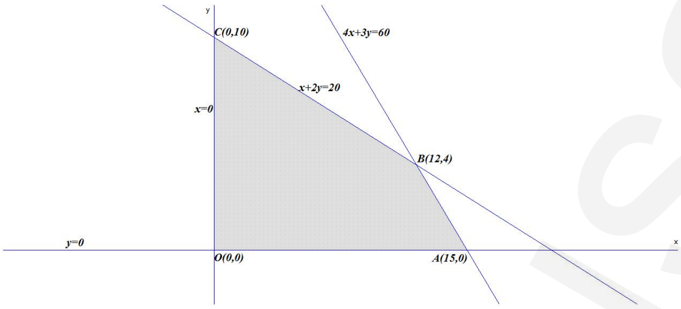
Solución:

LLamamos x : nº de dulces A e y : nº de dulces B.

	Azucar	Huevos	Venta
A	$0,5$	8	15
B	1	6	12
	≤ 10	≤ 120	

La región factible es:

$$\begin{cases} 0,5x + y \leq 10 \\ 8x + 6y \leq 120 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + 2y \leq 20 \\ 4x + 3y \leq 60 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



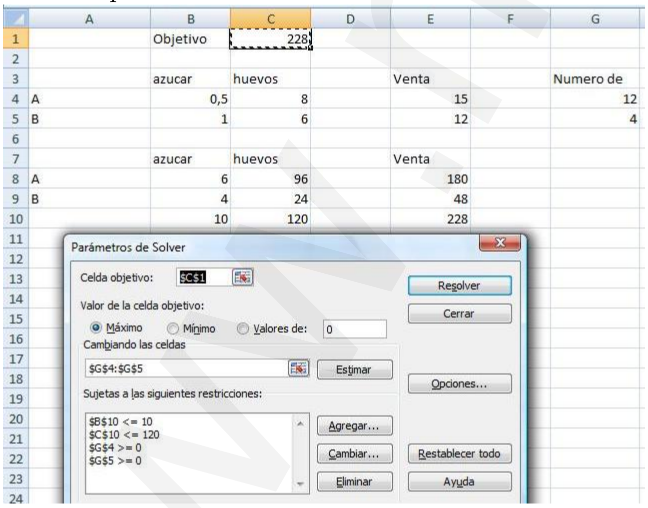
Los vértices son: $A(15,0)$, $B(12,4)$ y $C(0,10)$.

$f(x,y) = 15x + 12y$

$$\begin{cases} f(15,0) = 225 \\ f(12,4) = 228 \ \text{Máximo} \\ f(0,10) = 120 \end{cases}$$

Se deben fabricar 12 dulces A y 4 dulces B con un precio máximo de 228 euros.

Solución por solver:



	A	B	C	D	E	F	G
1		Objetivo	228				
2							
3		azucar	huevos		Venta		Numero de
4	A	0,5	8		15		12
5	B	1	6		12		4
6							
7		azucar	huevos		Venta		
8	A	6	96		180		
9	B	4	24		48		
10		10	120		228		

14.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 14.2 Un joven emprendedor quiere montar una empresa informática donde comercializará dos tipos de ordenadores. El tipo A dispondrá de 1 disco duro y 1 una unidad de memoria de pequeña capacidad, mientras que el tipo B tendrá 2 discos duros y su unidad de memoria será de alta capacidad. En total cuenta con 40 unidades de memoria de pequeña capacidad y 30 unidades de memoria de alta capacidad y 80 discos duros. Por cada ordenador del tipo A espera obtener un beneficio de 150 euros y del tipo B de 250 euros.

a) ¿Cuál es la mejor decisión sobre el número de ordenadores a montar de cada tipo?

b) Con esta producción, ¿habría algún excedente en el material mencionado?

Solución:

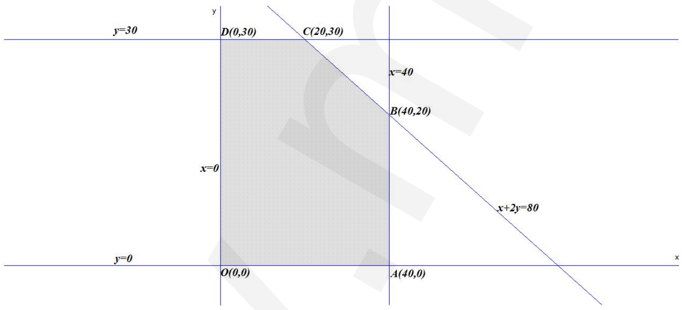
LLamamos x : nº de ordenadores A e y : nº de ordenadores B.

a)

	Memoria PC	Memoria AC	Discoduro	Venta
A	1	0	1	150
B	0	1	2	250
	≤ 40	≤ 30	≤ 80	

La región factible es:

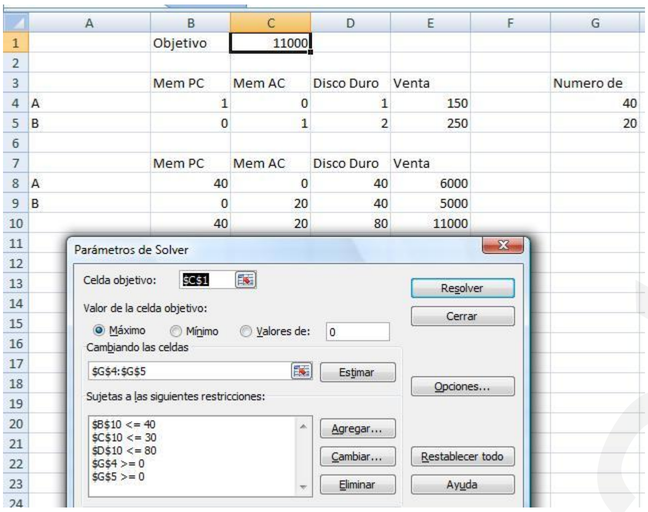
$$\begin{cases} x + 2y \leq 80 \\ x \leq 40 \\ y \leq 30 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



Los vértices son: $A(40,0)$, $B(40,20)$, $C(20,30)$ y $D(0,30)$.
$f(x,y) = 150x + 250y$

$$\begin{cases} f(40,0) = 6000 \\ f(40,20) = 11000 \ \text{Máximo} \\ f(20,30) = 10500 \\ f(0,30) = 7500 \end{cases}$$

Se deben fabricar 40 ordenadores A y 20 ordenadores B con un beneficio máximo de 11000 euros.
Solución por solver:



b) Memorias de poca capacidad utilizadas $= 40 \Longrightarrow$ no sobra ninguna.
Memorias de alta capacidad utilizadas $= 20 \Longrightarrow$ sobran 10.
Discos duros utilizados $= 80 \Longrightarrow$ no sobra ninguno.

15. Navarra

15.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

Problema 15.1 Un agricultor quiere dedicar al menos 4 hectáreas al cultivo de dos productos ($C1$ y C2). El beneficio neto obtenido por cada hectárea cultivada es de 3000 euros y 1500 euros, respectivamente. Las necesidades por hectárea y temporada de horas de maquinaria y de kilos de abono son 20 horas y 100 kilos para el cultivo $C1$ y 10 horas y 300 kilos para el cultivo $C2$. Determine cuántas hectáreas conviene dedicar a cada cultivo para que el beneficio total sea máximo, si dispone para esta temporada de 180 horas maquinaria y de 2400 kilos de abono.

a) Plantee el problema.

b) Resuélvalo gráficamente.

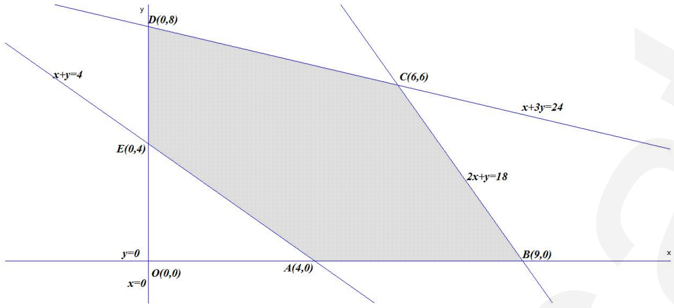
c) Analice gráficamente qué ocurriría si además se desea que el número de hectáreas dedicadas al cultivo $C2$ sea no menor que el doble del número de hectáreas dedicadas al cultivo $C1$.

Solución:
LLamamos x : nº de hectáreas de $C1$ e y : nº de hectáreas de $C2$.

	Hectáreas	H. máquina	Kg abono	Beneficio
$C1$	1	20	100	3000
$C2$	1	10	300	1500
	≥ 4	≤ 180	≤ 2400	

a) La región factible es:

$$\begin{cases} x+y \geq 4 \\ 20x+10y \leq 180 \\ 100x+300y \leq 2400 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y \geq 4 \\ 2x+y \leq 18 \\ x+y \leq 24 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

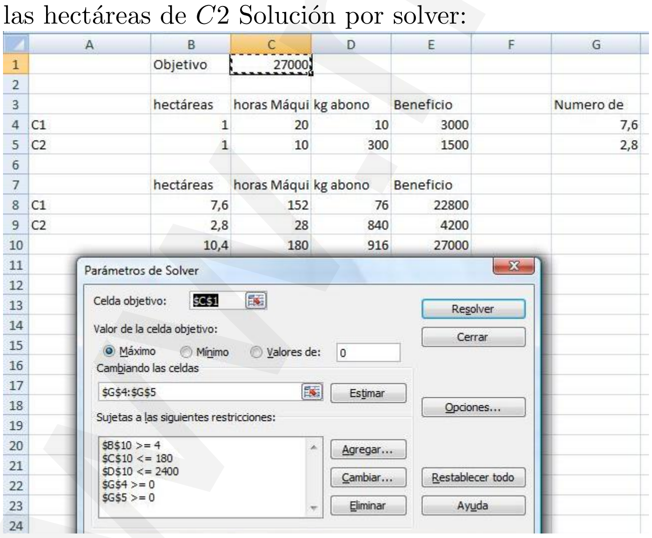


b) Los vértices son: $A(4,0)$, $B(9,0)$, $C(6,6)$, $D(0,8)$ y $E(0,4)$.

c) $f(x,y) = 3000x + 1500y$

$$\begin{cases} f(4,0) = 12000 \\ f(9,0) = 27000 \text{ Máximo} \\ f(6,6) = 27000 \text{ Máximo} \\ f(0,8) = 12000 \\ f(0,4) = 6000 \end{cases}$$

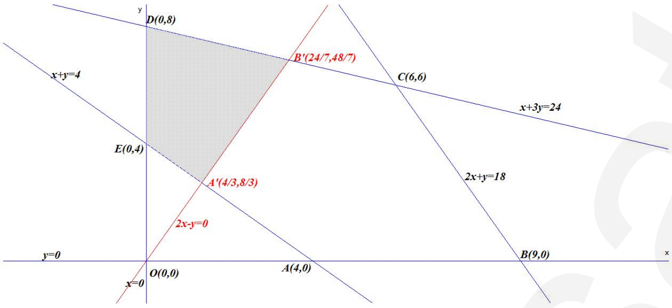
La producción sería máxima en cualquier punto del segmento que une los puntos $B(9,0)$ y $C(6,6)$ con un beneficio para cualquiera de esos puntos de 27000 euros.
El segmento lo determinaría $y = 18 - 2x$ con $x \in [6,9]$, donde x son las hectáreas de $C1$ e y las hectáreas de $C2$ Solución por solver:



	A	B	C	D	E	F	G
1		Objetivo	27000				
2							
3		hectáreas	horas Máqui	kg abono	Beneficio		Numero de
4	C1	1	20	10	3000		7,6
5	C2	1	10	300	1500		2,8
6							
7		hectáreas	horas Máqui	kg abono	Beneficio		
8	C1	7,6	152	76	22800		
9	C2	2,8	28	840	4200		
10		10,4	180	916	27000		

d) Ahora incluimos la inecuación $y \geq 2x$:

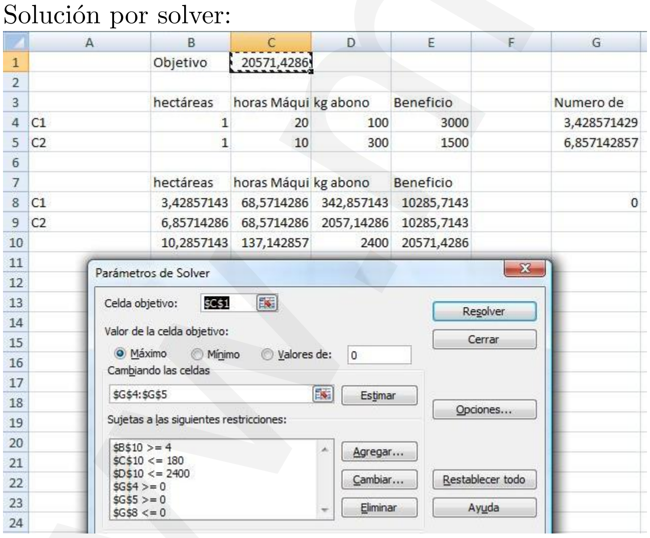
$$\begin{cases} y \geq 2x \\ x + y \geq 4 \\ 2x + y \leq 18 \\ x + y \leq 24 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



Considero que las soluciones no tienen que ser enteras, dado que una hectárea puede ser fraccinada. Ahora los vértices son: $A'(4/3, 8/3)$, $B'(24/7, 48/7)$, $D(0,8)$ y $E(0,4)$.

$$\begin{cases} f(4/3, 8/3) = 8000 \\ f(24/7, 48/7) = 20571,43 \;\; \text{Máximo} \\ f(0,8), = 12000 \\ f(0,4) = 6000 \end{cases}$$

De $C1$ tiene plantar 24/7 de hectáreas y 48/7 de la $C2$, con un beneficio máximo de 20571,43 euros.
Solución por solver:



	A	B	C	D	E	F	G
1		Objetivo	20571,4286				
2							
3		hectáreas	horas Máqui	kg abono	Beneficio		Numero de
4	C1	1	20	100	3000		3,428571429
5	C2	1	10	300	1500		6,857142857
6							
7		hectáreas	horas Máqui	kg abono	Beneficio		
8	C1	3,42857143	68,5714286	342,857143	10285,7143		0
9	C2	6,85714286	68,5714286	2057,14286	10285,7143		
10		10,2857143	137,142857	2400	20571,4286		

15.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 15.2 Una empresa tiene dos plantas ($P1$ y $P2$) en las que produce bobinas de acero de tres anchuras ($A1$, $A2$, $A3$). La planta $P1$ tiene maquinaria capaz de fabricar cada hora 10 bobinas de anchura $A1$, 10 bobinas de anchura $A2$ y 20 bobinas de anchura $A3$. La planta $P2$ tiene capacidad para fabricar cada hora 10, 50 y 10 bobinas de cada tipo de anchura, respectivamente. El coste de operación por hora es de 70 euros en la planta $P1$ y de 120 euros en la planta $P2$. La empresa tiene que suministrar cada día al menos 180 bobinas de anchura $A1$, al menos 300 bobinas de anchura $A2$ y al menos 240 bobinas de anchura $A3$. ¿cuántas horas diarias deberá trabajar cada planta para atender la demanda si se desea minimizar el coste total de operación?

a) Plantee el problema.

b) Resuélvalo gráficamente.

c) Analice gráficamente qué ocurriría si la demanda de bobinas de anchura Al se redujera a la mitad.

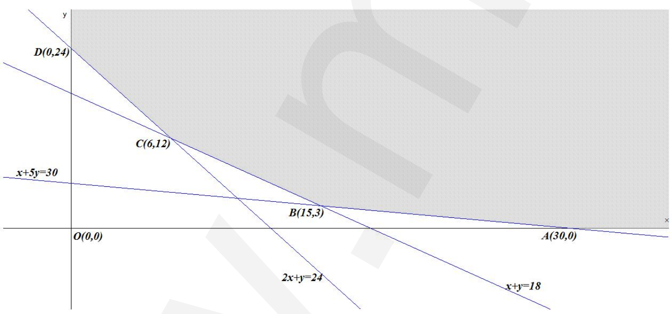
Solución:

LLamamos x : n^o de horas de la planta $P1$ e y : n^o de horas de la planta $P2$.

	$A1$	$A2$	$A3$	Coste
$P1$	10	10	20	70
$P2$	10	50	10	120
	≥ 180	≥ 300	≥ 240	

a) La región factible es:

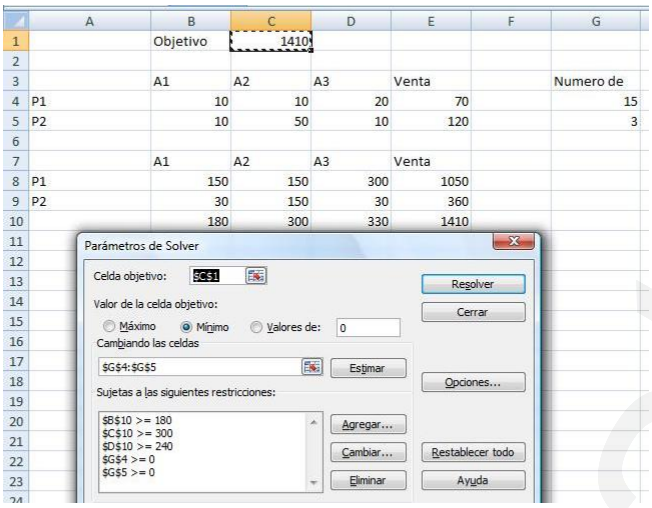
$$\left\{\begin{array}{l} 10x+10y\geq 180 \\ 10x+50y\geq 300 \\ 20x+10y\geq 240 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x+y\geq 18 \\ x+5y\geq 30 \\ 2x+y\geq 24 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{array}\right.$$



Los vértices son: $A(30,0)$, $B(15,3)$, $C(6,12)$ y $D(0,24)$.
La función objetivo es: $f(x,y)=70x+120y$

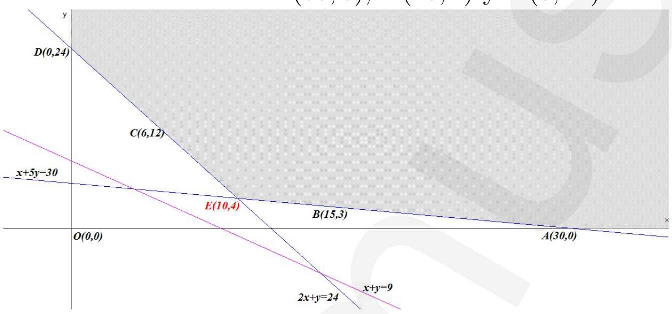
$$\left\{\begin{array}{l} f(30,0)=2100 \\ f(15,3)=1410\ \text{Mínimo} \\ f(6,12)=1860 \\ f(0,24)=2880 \end{array}\right.$$

b) La planta $P1$ tiene que trabajar 15 horas y 3 horas la $P2$, con un coste mínimo de 1410 euros.
Solución por solver:



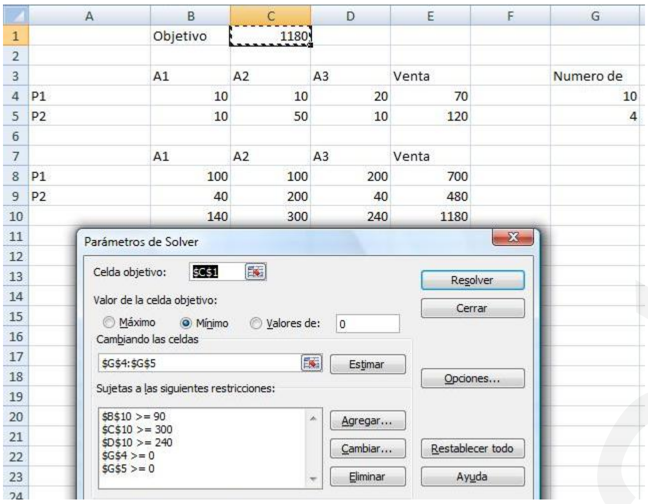
	A	B	C	D	E	F	G
1		Objetivo	1410				
2							
3		A1	A2	A3	Venta		Numero de
4	P1	10	10	20	70		15
5	P2	10	50	10	120		3
6							
7		A1	A2	A3	Venta		
8	P1	150	150	300	1050		
9	P2	30	150	30	360		
10		180	300	330	1410		

c) La inecuación $10x + 10y \geq 180$ habría que sustituirla por $10x + 10y \geq 90 \Longrightarrow x + y \geq 9$. Ahora los vértices son: $A(30, 0)$, $E(10, 4)$ y $D(0, 24)$.



$$\begin{cases} f(30, 0) = 2100 \\ f(10, 4) = 1180 \ \text{Mínimo} \\ f(0, 24) = 2880 \end{cases}$$

La planta $P1$ tiene que trabajar 10 horas y 4 horas la $P2$, con un coste mínimo de 1180 euros.
Solución por solver:



16. Galicia

16.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

Problema 16.1 Una tienda deportiva desea liquidar 2000 camisetas y 1000 chándales de la temporada anterior. Para ello lanza dos ofertas, 1 y 2. La oferta 1 consiste en un lote de una camiseta y un chándal, que se vende a 30 euros; la oferta 2 consiste en un lote de tres camisetas y un chándal, que se vende a 50 euros. No se desea ofrecer menos de 200 lotes de la oferta 1 ni menos de 100 de la oferta 2.

a) Plantea el problema que permite determinar cuántos lotes de cada tipo debe vender para maximizar los ingresos.

b) Representa la región factible.

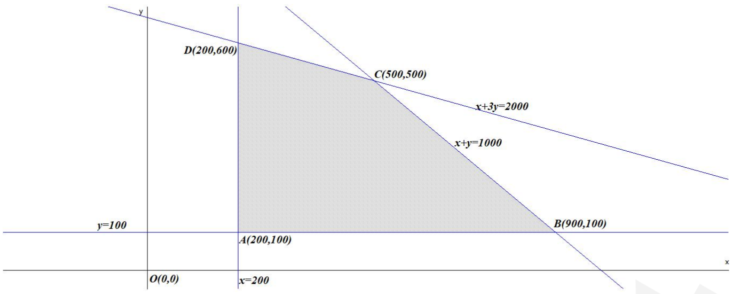
c) ¿Cuántos lotes ha de vender de cada tipo para maximizar los ingresos? ¿A cuánto ascienden dichos ingresos?

Solución:
LLamamos x : nº de lotes de la oferta 1 e y : nº de lotes de la oferta 2.

	camisetas	chandal	Venta
$OF1$	1	1	30
$OF2$	3	1	50
	≤ 2000	≤ 1000	

a) La región factible es:

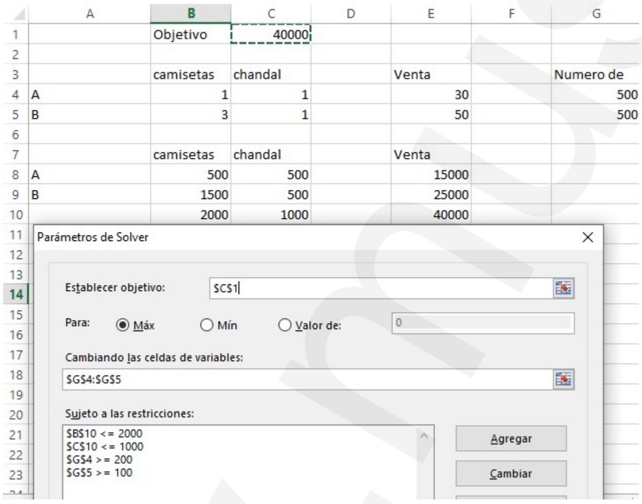
$$\begin{cases} x + 3y \leq 2000 \\ x + y \leq 1000 \\ x \geq 200 \\ y \geq 100 \end{cases}$$

b) 

Los vértices son: $A(200,100)$, $B(900,100)$, $C(500,500)$ y $D(200,600)$.
La función objetivo es: $f(x,y) = 30x + 50y$

$$\begin{cases} f(200,100) = 11000 \\ f(900,100) = 32000 \\ f(500,500) = 40000 \text{ Máximo} \\ f(200,600) = 36000 \end{cases}$$

c) Del lote 1 hay que vender 500 y del lote 2 otros 500 con un valor de venta máximo de 40000 euros.
Solución por solver:



16.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 16.2 Una bodega produce vinos blancos y tintos. La producción de ambos tipos de vino no debe superar los 90 millones de litros y la producción de vino blanco no debe superar el doble de la de vino tinto ni ser inferior a su mitad. También se sabe que para atender la demanda se deben producir al menos 45 millones de litros. La bodega comercializa el vino blanco a 8 euros el litro y el tinto a 6 euros el litro.

a) Plantea y representa gráficamente el problema.

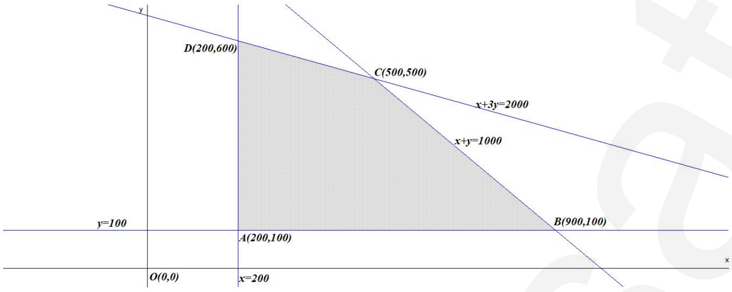
b) ¿A cuánto ascienden los ingresos máximos y como se consiguen?

Solución:
LLamamos x : millones de litros de vino blanco e y millones de litros de vino tinto.

a) La región factible es:

$$\begin{cases} x+y\le 90 \\ x\le 2y \\ x\ge y/2 \\ x+y\ge 45 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y\le 90 \\ x+y\ge 45 \\ x-2y\le 0 \\ 2x-y\ge 0 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}$$

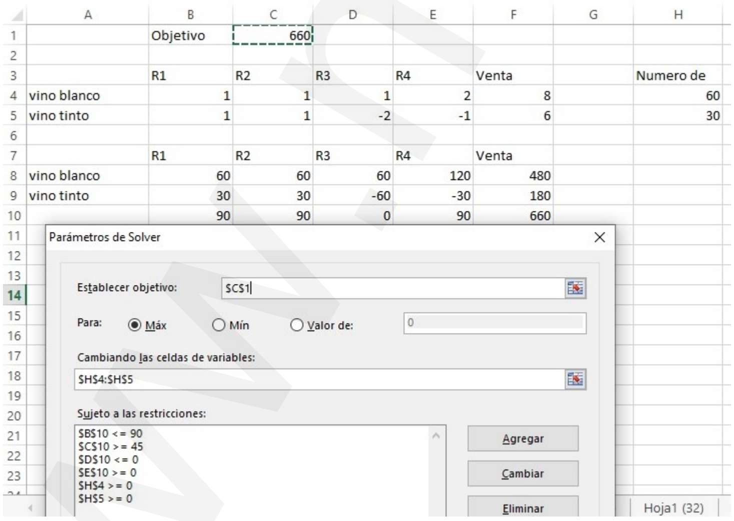
b) La gráfica sería:



Los vértices son: $A(30,15)$, $B(60,30)$, $C(30,60)$ y $D(15,30)$.
La función objetivo es: $f(x,y)=8x+6y$

$$\begin{cases} f(30,15)=330 \\ f(60,30)=660 \;\text{ Máximo} \\ f(30,60)=600 \\ f(15,30)=300 \end{cases}$$

c) Hay que vender 60 millones de litros de vino blanco y 30 millones de litros de vino tinto, con unos ingresos de 660 millones de euros.
Solución por solver:



	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Objetivo	660					
2								
3		R1	R2	R3	R4	Venta		Numero de
4	vino blanco	1	1	1	2	8		60
5	vino tinto	1	1	-2	-1	6		30
6								
7		R1	R2	R3	R4	Venta		
8	vino blanco	60	60	60	120	480		
9	vino tinto	30	30	-60	-30	180		
10		90	90	0	90	660		

17. Andalucía

17.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

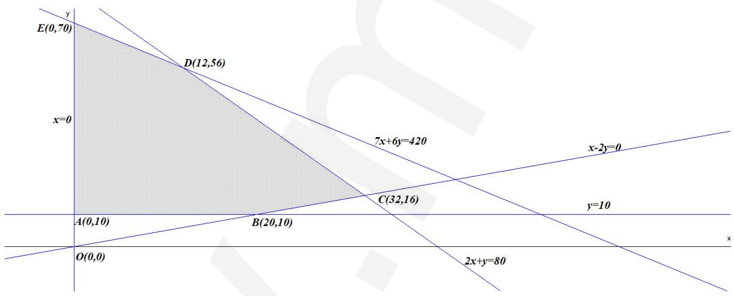
Problema 17.1 Una empresa textil quiere fabricar dos tipos de camisetas, lisas y estampadas. Para fabricar una camiseta lisa necesita 70 g de algodón y 20 g de poliéster y para cada camiseta estampada 60 g de algodón y y 10 g de poliéster. La empresa dispone para ello de 4200 g de algodón y 800g de poliéster. Para que sea rentable debe fabricar al menos 10 estampadas y además, el doble de las estampadas debe ser al menos igual al número de lisas. Sabiendo que cada camiseta lisa da un beneficio de 5 euros y cada estampada de 4 euros, ¿cuántas camisetas de cada tipo debería fabricar para obtener el máximo beneficio? ¿Cuál es ese beneficio?

Solución:
LLamamos x : nº de camisetas lisas e y nº de camisetas estampadas.

	algodón	poliéster	Beneficio
camisetas lisas	70	20	5
camisetas estampadas	60	10	4
	≤ 4200	≥ 800	

a) La región factible es:

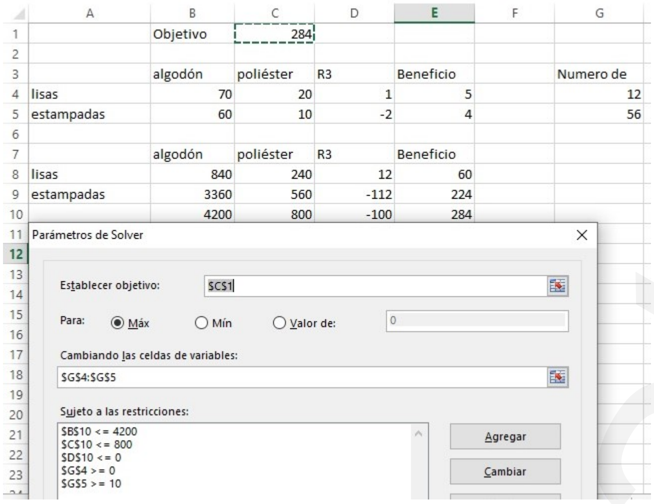
$$\begin{cases} 70x + 60y \leq 4200 \\ 20x + 10y \leq 800 \\ x \leq 2y \\ y \geq 10 \\ x \geq 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 7x + 6y \leq 420 \\ 2x + y \leq 80 \\ x - 2y \leq 0 \\ y \geq 10 \\ x \geq 0 \end{cases}$$



b) Los vértices son: $A(0,10)$, $B(20,10)$, $C(32,16)$, $D(12,56)$ y $E(0,70)$.
La función objetivo es: $f(x,y) = 5x + 4y$

$$\begin{cases} f(0,10) = 40 \\ f(20,10) = 140 \\ f(32,16) = 224 \\ f(12,56) = 284 \text{ Máximo} \\ f(0,70) = 280 \end{cases}$$

c) Hay que vender 12 camisetas lisas y 56 estampadas con un beneficio máximo de 284 euros.
Solución por solver:



17.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 17.2 Una empresa comercializa dos tipos de concéntrado de café, A y B, que se obtienen a partir de tres tipos de grano: de Colombia, de Etiopía y de Costa Rica. Para elaborar, 1 kg de concentrado A se necesitan 4,5 kg de grano de Colombia y 3 kg de grano de Etiopía. Por otra parte, se requieren 7,5 kg de grano de Colombia y 1,5 kg de grano de Costa Rica para elaborar 1 kg de concentrado B. Actualmente la empresa dispone de un máximo de 67,5 kg de grano de Colombia, 30 kg de grano de Etiopía, y 9 kg de grano de Costa Rica. Además, se exige que el número de kilogramos de concentrado A producidos debe ser mayor o igual que la mitad de los kilogramos de concentrado B.

a) Represente la región factible que describe el problema anterior y determine sus vértices.

b) Indique de manera razonada si con las condiciones dadas sería posible producir 7 kg del concentrado A y 5 kg del concentrado B.

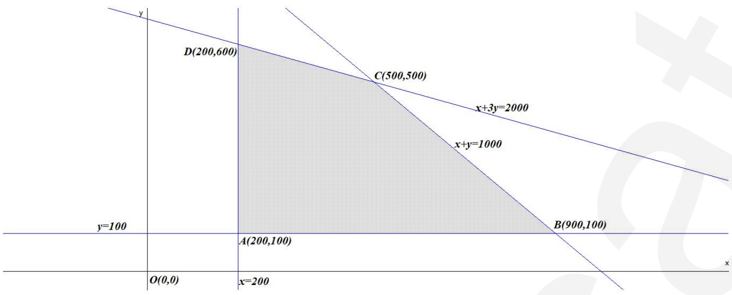
c) Sabiendo que el beneficio obtenido por la venta de cada kilogramo de concentrado del tipo A es 2 euros y de cada kilogramo del tipo B es 4 euros, ¿cuántos kilogramos del tipo A y cuántos del tipo B se habrán de producir para que el beneficio sea máximo? ¿Cuál es ese beneficio?

Solución:
LLamamos x : nº de lotes de café A e y : nº de lotes de café B.

	Colombia	Etiopía	Costa Rica	Beneficio
A	$4,5$	3	0	2
B	$7,5$	0	$1,5$	4
	$\leq 67,5$	≤ 30	≤ 9	

a) La región factible es:

$$\begin{cases} 4,5x + 7,5y \leq 67,5 \\ 3x \leq 30 \\ 1,5y \leq 9 \\ x \geq y/2 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 3x + 5y \leq 45 \\ x \leq 10 \\ y \leq 6 \\ 2x - y \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



Los vértices son: $O(0,0)$, $A(10,0)$, $B(10,3)$, $C(5,6)$ y $D(3,6)$.

b) El punto $(7,5)$ está fuera de la región factible y no pertenece al conjunto de soluciones posibles.

c) La función objetivo es: $f(x,y) = 2x + 4y$

$$\begin{cases} f(10,0) = 20 \\ f(10,3) = 32 \\ f(5,6) = 34 \text{ Máximo} \\ f(3,6) = 30 \end{cases}$$

Debera producir 5 kg de café A y 6 kg de café B para obtener un beneficio máximo de 34 euros.

Solución por solver: